

Modele matematice pentru coerența spațială și temporală, integrarea GPS

Raport de cercetare

CUPRINS

1. INTRODUCERE.....	3
2. ALGORITMI DE CALCUL.....	19
3. ERORILE GPS.....	40
4. DETERMINAREA COORDONATELOR ȚINTEI.....	43
5. BIBLIOGRAFIE.....	45

1.INTRODUCERE

1.1 Istoria GPS

Concepția, realizarea, dezvoltarea, exploatarea și întreținerea unui sistem spațial de poziționare și navigație implică importante eforturi tehnologice, științifice și, mai ales financiare. Datorită acestor factori, precum și a caracterului global al oricărui sistem spațial, în curând vor apărea sisteme de acest tip dezvoltate prin cooperare internațională. Un argument în plus pentru cooperare în navigația satelitară este necesitatea creșterii preciziei impuse de cerințele necesare aplicațiilor actuale; cooperarea relativ sporadică dintre sistemele TRANSIT (de navigație) și MARISAT (comunicații pentru navigație), proprii anilor 1970, va fi aproape sigur urmată și amplificată de complementaritatea dintre GPS și GLONASS.

1.2 Sisteme premergătoare GPS

Sistemul de navigație cu ajutorul sateliților a fost o preocupare consecventă a departamentului de apărare al Statelor Unite ale Americii (DoD). Aplicația țintă era desigur precizia de atac a armelor moderne precum și unificarea sistemelor scumpe și foarte diversificate folosite până atunci.

La începutul anilor 1960, DoD (Department of Defense: Departamentul de Apărare al SUA) a început cercetările legate de un sistem de poziționare care să nu depindă de vreme, poziție, să fie continuu disponibil și să fie accesibil oricărui utilizator militar. Acest sistem trebuia să utilizeze pentru acest scop un sistem de sateliți. Marina SUA a sponsorizat două programe ce au fost precursorii GPS în tehnica navigației folosind sisteme de sateliți: Transit și Timation.

1.2.1 Transit

Primul sistem de navigație satelitară operațional a fost Navy Navigation Satellite System – TRANZIT; el a fost realizat la comanda Marinei militare americane, de către Laboratoarele de fizică aplicată “John Hopkins”(APL) conduse de dr. Richard Kershner și a avut drept scop punerea în serviciu a unei rețele de sateliți destinați navigației maritime. Pentru perioada 1959- 1977 au fost lansați mai mulți asemenea sateliți – având dezvoltări tehnologice - până la TRASNSIT-19 (TRANSIT -20 a fost menținut în rezervă).

Sistemul a fost format din sateliți introduși pe orbite polare, la altitudinea medie de 1.000 km, traiectoria de foarte mică excentricitate fiind parcursă cu viteza medie de 7,3 km/s (aprox. 26.000 km/oră), ceea ce revenea la 13,5 orbite zilnice.

Orbitele fiind de tip polar, planul fiecărei orbite trecea aproape de cei doi poli ai Pământului; în principiu, planul unei orbite are o poziție fixă față de un sistem de coordonate inerțial astral (format din direcțiile către unele stele fixe) și, prin urmare, se deplasează paralel cu el însuși odată cu rotația Pământului în jurul Soarelui.

Sateliții de navigație TRANSIT au folosit emisia simultană pe două frecvențe, una de 399,968 MHz și cealaltă de 149,988 MHz (impusă de necesitatea corectării erorilor ionosferice); ei au fost dotați cu emițător de semnale radio, receptor, sistem de antene, dispozitiv de memorare digital, celule solare sau generatoare izotopice de tip SNAP, în paralel cu acumulatori nichel-cadmium. Semnalele continue transmise de sateliții TRANSIT sunt recepționate de cele patru stații fixe de urmărire a acestor sateliți; rezultatele măsurătorilor sunt apoi transmise unui Centru de calcul și urmărire (CCU), care primește și semnalele de timp de la o stație-observator naval. Valorile maxime ale vitezelor de variație ale decalajelor Doppler-afereente semnalelor recepționate - corespund punctelor de maximă apropiere ale sateliților TRANSIT. Diferența dintre valorile maximă și minimă ale decalajului Doppler este utilizată pentru calculul depărtării la satelit la apropierea maximă a acestuia. Aceste măsurători Doppler erau utilizate de beneficiarii sistemului aflați la nivelul mării (ambarcațiuni), împreună cu efemeridele sateliților, în scopul calculării (cu o precizie de câteva sute de metri) a pozițiilor lor. Fără îndoială, pentru deducerea vitezelor utilizatorilor, trebuie efectuate corecțiile corespunzătoare; la departamentul de calcul al Centrului de control și urmărire (CCU) sunt în permanență determinate coordonatele orbitelor sateliților pentru următoarele 16 ore, iar o stație de emisie transmite aceste efemeride aparaturii de pe sateliți, care le introduc în dispozitivele de memorare și apoi le livrează utilizatorilor în vederea utilizării lor în calculele efectuate de receptoarele acestora.

Datorită sensibilității dovedite la măsurarea vitezei utilizatorilor și a destinației sale "bidimensionale" TRANSIT nu a fost utilizat pentru scopuri aeronautice, ci în special pentru marina militară a SUA și a NATO, precum și la unele platforme de foraj, toate acestea dispunând de mijloace de recepție a transmisiilor codificate ale sateliților.

De menționat o altă limitare care, provenind de la restricția impusă de interferența dintre emițătoare, limita la cinci numărul sateliților operaționali, conducea la o disponibilitate intermitentă, făcea ca acești sateliți să aibă perioade de inoperare de 35-100 minute.

1.2.2 Timation

Începând din 1964, marina SUA lucrează la un nou sistem de navigație bazat pe sateliți: Timation. Acest sistem a cuprins doi sateliți experimentali utilizați la cercetări privind stabilitatea ceasurilor atomice în spațiu, transferul temporal și navigația bi-dimensională. Acest sistem a fost pionierul sateliților având la bord ceasuri atomice și experiențele legate de aceste cercetări au fost folosite pe larg de sistemul GPS. De altfel ultimii doi sateliți din proiectul Timation au fost utilizați ca prototipuri ale sistemului GPS actual.

Concomitent cu cercetările marinei, forțele aeriene ale SUA își desfășurau la rândul lor propriul program de poziționare prin satelit.

1.2.3 Sistemul 621 B

Acest sistem a fost proiectat pentru a oferi poziționare tri-dimensională (latitudine, longitudine și altitudine) și presupunea continuitatea serviciului. În 1972 sistemul demonstrase noua posibilitate de determinare a distanței bazate pe codurile pseudo-aleatoare. Pentru experimentarea sistemului s-au folosit transmițătoare de la sol precum și baloane altimetrice la White Sands în New Mexico demonstrând posibilitatea localizării unei aeronave cu precizie de o sutime de milă. La acel moment, conceptul promovat de forțele aeriene era un sistem cu 16 sateliți în orbite geo-sincrone care produceau o arie de acoperire ovală extinsă 30 grade la nord și sud de ecuator. Această abordare avea avantajul că sistemul se putea extinde gradual și necesita doar 4 sateliți în faza inițială de evaluare operațională.

La sfârșitul anilor 60, armata, marina și forțele aeriene ale Statelor Unite lucrau fiecare, independent, la dezvoltarea unui sistem de poziționare prin sateliți care să satisfacă criteriile de precizie, acoperire și durata neîntreruptă a serviciului cerute de războiul modern. În aprilie 1973, forțele aeriene au fost alese de către departamentul apărării pentru a propune un sistem unic de poziționare cunoscut la acea dată ca DNSS (Defense Navigation Satellite System). Programul urma să se desfășoare prin participarea tuturor părților implicate într-un așa numit JPO (Joint Programm Office). În septembrie 1973 a rezultat un sistem bazat pe compromisul diverselor tehnici aplicate în trecut de către diferitele departamente implicate în cercetare. Astfel structura semnalului și frecvențele au fost preluate de la sistemul aviației, 621 B iar orbitele sateliților au fost bazate pe sistemul Timation dar plasate la altitudini mai mari rezultând orbite de 12 ore (în loc de 8 ore). Deși ambele sisteme propuneau folosirea ceasurilor atomice la bordul

sateliților, doar sistemul propus de marina SUA avea oarecare experiență în acest domeniu.

Sistemul rezultat este cunoscut sub numele de NAVSTAR Global Positioning System (Sistem de Poziționare Global) și a fost aprobat în Decembrie 1973 de către departamentul apărării SUA.

1.3 Testarea Conceptului GPS

Faza inițială a proiectului NAVSTAR avea ca scop de a evalua conceptul de navigație folosind sateliți, de a demonstra capabilitățile sale operaționale precum și de a determina o posibilă implementare reală. Programul inițial a primit un buget de aproximativ 100 milioane USD ceea ce presupunea costurile lansării a 4 sateliți, 3 tipuri de receptoare, o structură de control la sol precum și un program extins de testare a sistemului.

Primii sateliți NAVSTAR au fost de fapt doi sateliți Timation modificați. Cunoscuți sub numele de NTS (Navigation Technology Satellite) numărul 1 și 2, acești sateliți au conținut primele ceasuri atomice lansate vreodată în cosmos. Deși durata lor de funcționare a fost relativ scurtă după lansările din 1974 și 1977, acești sateliți au dovedit conceptul de măsurare a distanței bazat pe sisteme de transmisie cu spectru distribuit precum și posibilitatea menținerii unei precizii temporale suficiente la bordul sateliților aflați pe orbită.

Imediat după acești doi sateliți, s-a trecut la proiectarea, realizarea și lansarea sateliților GPS cunoscuți ca sateliți ai blocului I. Pe sateliții primului bloc (bloc I) s-a desfășurat practic întreaga activitate de testare a sistemului GPS. Între 1978 și 1985 s-au lansat 11 sateliți din blocul I (un satelit s-a deteriorat datorită unei greșeli de lansare). Sateliții blocului I au fost construiți de firma Rockwell International și au fost lansați de o rachetă Atlas-F. Deși parte din sateliții blocului I și-au încetat activitatea datorită deteriorării sistemelor de menținere a orbitei sau deteriorarea ceasurilor atomice, parte din acești sateliți și-au depășit cu mult durata de viață planificată.

Încă de la începutul programului GPS, forțele armate ale SUA au avut în vedere și un alt rol pentru constelația de sateliți: detecția detonării nucleare – NUDET. Astfel, fiecare satelit GPS conține senzori speciali pentru detecția detonării armelor nucleare, evaluarea unui atac nuclear precum și suportul pentru evaluarea urmărilor unui atac nuclear. Cu ajutorul aceluiași sistem se urmărește și aplicarea corectă a tratatului cu privire la experiențele nucleare. Primul satelit pe care sistemul de detecție a detonației nucleare a fost instalat este al șaselea satelit din blocul I. Un sistem de detecție a activităților nucleare folosind sateliți (Vela) era deja în funcțiune ca urmare a tratatului din 1963 (Tratat între Uniunea Sovietică și Statele Unite ale Americii privind experiențele nucleare) interzicând

experiențele nucleare în atmosferă, sub apă și în spațiu. Sensorii montați pe sateliții GPS sunt similari celor aflați în exploatare pe sistemul dedicat Vela. Astăzi toți sateliții GPS conțin echipamentul de detecție al detonării nucleare și, conform declarațiilor departamentului de apărare al SUA, acești senzori vor continua să fie prezenți și în viitoarele variante ale sateliților GPS.

Testarea sistemului GPS a început în martie 1977 înaintea lansării oricărui satelit. Un sistem de transmițători bazați pe energie solară au fost montați la sol într-un deșert din Arizona. Acești emițători simulau de fapt semnalul transmis de sateliți (pseudolites) și se evalua posibilitatea recepționării și poziționării cu ajutorul unor astfel de semnale. La momentul în care primii 4 sateliți ai blocului I erau în orbită, deja tehnologia receptoarelor evoluase la echipamente de recepție aflate pe nave, aeronave, autovehicule și chiar de persoane individuale.

Un prototip al segmentului de control (parte a sistemului GPS aflată la sol care monitorizează și corectează performanța întregului sistem GPS) a fost amplasat în localitatea Vandenberg, California pentru evaluarea interacțiunii între stațiile de la sol și constelația de sateliți.

Cu această infrastructură operațională, sistemul GPS a primit autorizația de dezvoltare completă în august 1979.

1.4 Dezvoltarea sistemului GPS

Între anii 1980 și 1989 sistemul GPS a devenit complet operațional în configurația sa finală (cu 24 de sateliți activi și 3 rezervă).

Dezvoltarea sistemului nu a fost scutită de probleme mai ales din punct de vedere financiar. Dat fiind că urma să fie un sistem comun, aportul bugetar al fiecărei arme era mereu în discuție. De exemplu, între 1980 și 1982 proiectul nu a primit finanțare. O altă perioadă critică a fost perioada 81-86 când datorită unei reduceri de 500 milioane USD constelația GPS a fost redusă de la 24 la doar 18 sateliți în orbită și realizarea sateliților blocului II a fost complet oprită. Mai târziu, în fața problemelor legate de performanța sistemului s-a revenit la constelația inițială de 24 de sateliți. Un alt moment dificil a fost accidentul navei Challenger din 1986 care a marcat o întârziere de 24 luni a proiectului GPS dat fiind că în 1979 departamentul de apărare a ales naveta spațială ca principal mijloc de lansare a misiunilor spațiale executate de forțele aeriene ale SUA.

Primul satelit din blocul II a fost lansat în februarie 1989 de la Cap Canaveral și a devenit operațional în aprilie 1989. De atunci au mai fost plasați pe orbită încă 23 de alți sateliți ai blocului II. Sateliții blocului II diferă substanțial de cei ai blocului I atât în greutate

și formă cât și în caracteristici tehnice îmbunătățite. Cele mai importante diferențe între sateliții blocului I și II sunt:

- elementele electronice au o mai bună protecție împotriva radiațiilor;
- suportul pentru introducerea SA (selective availability);
- detecția automată a unor erori interne și comutarea pe semnal nestandard pentru avertizarea utilizatorilor împotriva folosirii unui satelit defect pentru calcularea soluției de navigație.

O caracteristică importantă a sateliților blocului II lansați după 1989 este posibilitatea acestora de a opera până la 180 de zile fără contact cu segmentul de control (fără contact de la sol). Acești sateliți sunt cunoscuți sub numele de bloc II A. Posibilitatea funcționării autonome pentru o perioadă lungă este o dezvoltare majoră a sistemului de sateliți, pentru comparație, sateliții blocurilor I și II trebuiau reactualizați la o perioadă de maximum 3,5 zile.

De asemenea în această perioadă s-au făcut investiții masive și în segmentul de control. Astfel stația principală de control a fost mutată în localitatea Falcon (Colorado), s-a terminat testarea întregului sistem și interoperabilitatea dintre echipamentul de la sol, cel spațial și receptoarele individuale a fost demonstrată. Se estimează că în anul 2000 au fost în jur de 17.000 aeronave militare echipate cu sistemul GPS precum și aproximativ 60.000 de receptoare militare individuale portabile sau montate pe diferite vehicule la sol.

Ultimul satelit al blocului I a fost retras din operație în iunie 1995 după aproximativ 11 ani de funcționare continuă. În martie 1994 a fost lansat cel de-al 24-lea satelit al blocului II ceea ce a marcat încheierea fazei clasice de dezvoltare a sistemului GPS. În paralel și sateliții blocului II se vor înlocui treptat cu generația blocului II A. Între timp se află în lucru (și parțial deja pe orbită) sateliți ai blocului II R care marchează următoarea fază a sistemului GPS.

1.5 Structura GPS

Sistemul de poziționare prin satelit, GPS, are în componența sa trei elemente principale: segmentul spațial care cuprinde constelația propriu-zisă de sateliți, segmentul de control care include totalitatea facilităților de la sol care au ca principal rol menținerea sistemului în parametri specificați și segmentul utilizatorilor care cuprinde totalitatea receptoarelor GPS. Fiecare dintre aceste segmente are o importanță deosebită însă segmentul spațial și cel de control permit generarea eficientă, continuă și la parametri proiectați a semnalului GPS. Segmentul utilizator exploatează practic sistemul GPS obținând o soluție de navigație (poziționare) din semnalele recepționate de la segmentul spațial.

1.5.1 Segmentul spațial

Constelația completă a sistemului GPS este compusă din 24 sateliți (sau Vehicule Spațiale SV-Space Vehicle) amplasați pe 6 plane orbitale pe orbite circumterestre. Fiecare din aceste plane orbitale are o înclinare de $54,8^\circ$ față de planul ecuatorial. În fiecare plan orbital se află 4 sateliți. Altitudinea orbitală nominală este de 20.183 km iar perioada orbitală a fiecărui satelit este de 11 ore și 58 minute.

Dat fiind rotația pământului, fiecare satelit trasează o „urmă” pe suprafața pământului care se va repeta la fiecare 23 ore și 54 minute. Un utilizator aflat într-o locație fixă va observa același satelit trecând zilnic pe aceeași traiectorie cerească dar decalat cu 4 minute în fiecare zi datorită diferenței dintre perioada de rotație a pământului și dublul perioadei de orbită a satelitului.

Acest sistem de 24 de sateliți în 6 plane orbitale înclinate la 55° față de planul ecuatorial face ca în orice locație de pe pământ, la orice moment de timp, 6 sateliți să fie vizibili (deasupra orizontului).

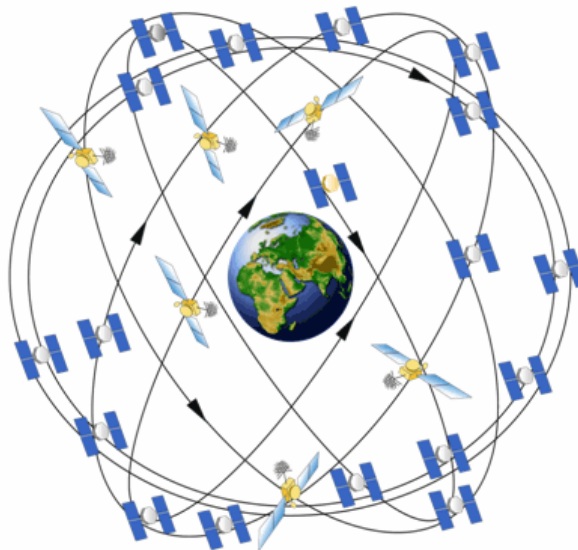


Figura 1.1 Sistemul de sateliți și planele orbitale

Fiecare satelit transmite două coduri pseudo-aleatoare distincte: codul C/A destinat aplicațiilor civile și codul P(Y), criptat, destinat utilizatorilor speciali, în general militari. Sistemul de transmisie este de tip spectru distribuit și transmisia se face pe două frecvențe distincte denumite L1 și L2 (1575,42 MHz și respectiv 1227,6 MHz). Împreună cu cele două coduri pseudo-aleatoare se mai transmite și un semnal purtător de informație de debit relativ redus (50 bps) conținând elemente de navigație, corecții și starea de

funcționare a sistemului de sateliți. Durata completă a mesajului de navigație este de 12,5 minute, iar informația transmisă în acest timp poartă numele de almanah. Utilizatorii sistemului GPS își calculează poziția pe baza măsurării timpului de propagare de la sateliți la receptor presupunând cunoscută cu precizie poziția sateliților.

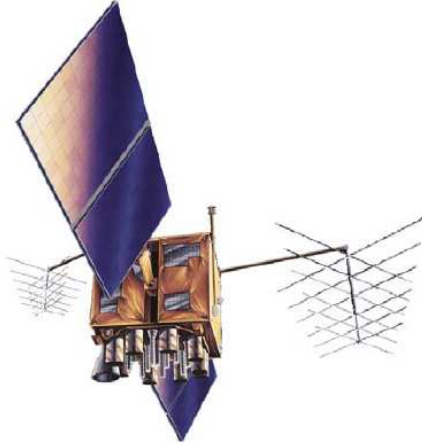


Figura 1.2 Satelit GPS NAVSTAR

1.5.2 Segmentul de control

Segmentul de control al GPS, constituit în principiu din sisteme de comandă și control amplasate la sol are în principal următoarele funcții:

1. menținerea fiecărui satelit pe orbita corectă prin mici manevre de comandă (această re poziționare este totuși destul de rară comparativ cu durata de viață a sateliților);
2. corectarea și ajustarea orologiilor sateliților și a semnalului emis de câte ori este nevoie;
3. urmărirea traiectoriei sateliților GPS și actualizarea mesajului de navigație pentru fiecare satelit în parte;
4. comanda de realocare pe planurile orbitale atunci când un satelit, din diferite motive, își încetează funcționarea corectă.

Segmentul de control și-a început activitatea în 1985 și are în componența sa următoarele tipuri de stații:

1. 5 stații de monitorizare localizate în Hawaii, Ascension, Diego Garcia, Kwajalein și la stația centrală din Falcon Air Base în Colorado Springs;

2. 3 antene de sol operate fără personal de către stația centrală amplasate în Ascension, Diego Garcia și Kwajalein;
3. o stație centrală MCS (Master Control Station) amplasată în Falcon Air Base în Colorado Springs.

Stația centrală este responsabilă de întreaga monitorizare și de întregul control al segmentului de control fiind în permanentă legătură atât cu toate stațiile de monitorizare cât și cu toate antenele de la sol. La nivelul stației centrale se calculează erorile de poziție și cele de timp pe baza datelor recepționate de la stațiile de monitorizare și se transmite informația de actualizare către constelația de sateliți folosind antenele de sol.

Fiecare din cele cinci stații de monitorizare conține mai multe receptoare GPS de mare performanță care pot urmări ambele frecvențe (L1 și L2) precum și ambele coduri (C/A și P) pentru toți sateliții aflați la vedere. Orologii precise de referință cu cesiu sunt folosite de către fiecare stație pentru a evalua și marca timpul precis al observațiilor înainte de a fi trimise către stația centrală. Locația acestor stații a fost aleasă în așa fel încât să se obțină o vizibilitate medie maximă a constelației de sateliți, deasupra unei elevații de 5°, valoarea atinsă în practică fiind de 95,87 %.

Erorile temporale datorate orologiilor sateliților sunt o sursă importantă de erori pentru precizia poziționării. Chiar și considerând trei actualizări pe zi pentru sateliți (în realitate actualizarea se face zilnic și doar în cazuri speciale de mai multe ori pe zi), conform specificațiilor orologiilor de la bordul sateliților eroarea de poziționare ar fi în final de aproximativ 3 m. GPS este aliniat la standardul de timp al observatorului naval al SUA, USNO (U.S. Naval Observatory) amplasat la Washington DC și informația de actualizare a sistemului de sateliți trebuie sincronizată cu acest timp de referință. Pentru această sincronizare, s-a introdus recent o replică a acestui standard la locația stației centrale din Colorado numită orologiu principal alternativ sau USNO AMC (USNO Alternate Master Clock). Acest orologiu local este compus dintr-un orologiu "Cesium-beam" și unul "Hydrogen-maser" și este capabil să mențină referința de timp cu o eroare maximă de 2..3 nsec comparativ cu standardul original USNO chiar în condiții de funcționare independentă.

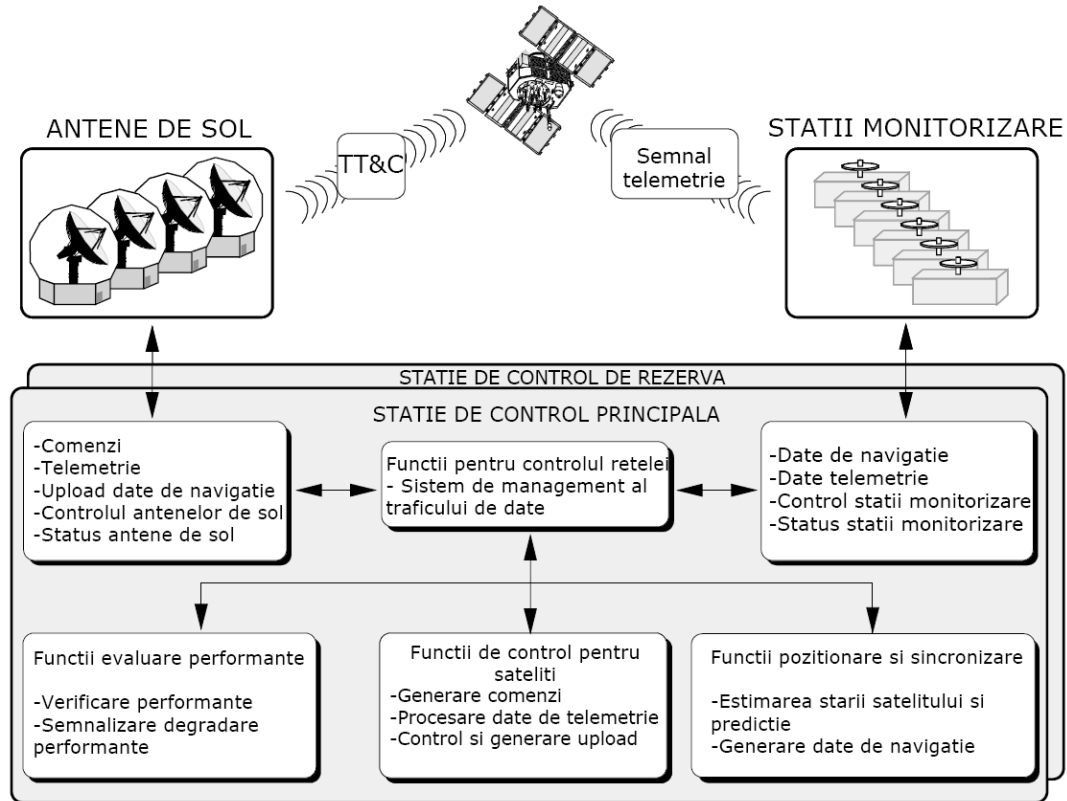


Figura 1.3 Segmentul de control GPS

Stația centrală trebuie de asemenea să calculeze estimatori pentru fiecare satelit cu privire la variația orologiului, efemeride și almanah. Acești estimatori sunt necesari utilizatorilor pentru perioadele dintre actualizările constelației. Cu datele primite de la stațiile de monitorizare, stația centrală începe prin a corecta măsurătorile relative la întârzierile ionosferice respectiv întârzierile troposferice. Datele astfel obținute, la intervale de aproximativ 15 minute, sunt trecute printr-un filtru Kalman care va genera soluția cvasi-continuuă a acestor măsurători. Pe baza rezultatelor obținute, și folosind modele fizice ale satelitului și mediului înconjurător (presiune solară, gravitația Lunii, pierderea de masă a satelitului datorită consumării combustibilului etc.), stația centrală va calcula o predicție a elementelor de navigație și a timpului pentru fiecare satelit în parte. Această informație este de fapt actualizată în mesajul de navigație a fiecărui satelit și folosește utilizatorului final pentru calculele de poziție și în intervalul dintre momentele de actualizare a fiecărui satelit în parte. În general aceste date sunt valabile în următoarele 4 sau 6 ore de la momentul actualizării după care va urma o nouă actualizare. În cazuri extreme, când segmentul de control nu își poate desfășura activitatea, la bordul sateliților există suficiente date actualizate pentru o funcționare cu o precizie satisfăcătoare de aproximativ două săptămâni.

O altă caracteristică importantă a sistemului este monitorizarea fiabilității acestuia element cunoscut sub numele de integritate a sistemului. Problema integrității în cazul GPS este de a informa în timp util utilizatorul de o eventuală eroare în semnalul recepționat de la sistemul de sateliți. Această monitorizare se face la nivelul stației centrale care calculează informația de actualizare a sateliților, menține o imagine a acestei actualizări pentru comparație ulterioară și verifică corectitudinea transmisiei satelitului. Timpul de reacție la o eventuală funcționare defectuoasă a satelitului este de aproximativ 60 sec la care se adaugă și timpul până la următoarea actualizare a sistemului în care această informație devine disponibilă utilizatorului. Pentru monitorizarea integrității semnalului generat de sateliții constelației GPS, receptorul va efectua o serie de calcule de plauzibilitate folosind informație redundantă de la mai mulți sateliți aflați la vedere. Această tactică de asigurare a integrității semnalului de către receptor poartă numele de RAIM (Receiver Autonomous Integrity Measurement).

1.5.3 Segmentul utilizator

În componența segmentului utilizator al sistemului de poziționare GPS intră totalitatea receptoarelor de semnal GPS capabile sau nu de a furniza în mod autonom o soluție de navigație. În afară de aplicațiile clasice de navigație și mapare pe hărți existente a poziției (și a vitezei sau a altitudinii pentru aplicațiile aeronautice), în dezvoltările recente, tehnica GPS permite și sincronizarea precisă a unor procese ce se desfășoară la mari distanțe geografice.

Principiul de funcționare al sistemului GPS se bazează pe măsurarea timpului de propagare a semnalelor radio de la sateliții vizibili până la receptor. Această măsurare se face de către receptor prin generarea unui cod replică a celui transmis de către satelitul vizat și întârzierea sa până la obținerea corelației cu semnalul recepționat. Din această întârziere receptorul poate reconstitui timpul de propagare necesar semnalului de la satelit la receptor și implicit distanța dintre satelit și receptor (viteza de propagare a semnalelor radio se consideră a fi viteza luminii ponderată de anumiți factori de propagare prin straturile atmosferei). Această distanță calculată de către receptor poartă numele de pseudo-distanță sau pseudorange. Pentru a permite o poziționare corectă, un receptor are nevoie de trei astfel de distanțe către trei sateliți diferiți a căror poziție în momentul măsurătorii este cunoscută. În practică, datorită necesității sincronizării timpului la receptor cu cel al constelației GPS, este nevoie și de achiziția semnalului de la un al patrulea satelit la vedere. La fel, măsurarea vitezei unui receptor se face prin evaluarea ratei de variație a pseudo-distanțelor în timp.

Primele receptoare GPS utilizau cu precădere metode analogice de procesare a semnalului, însă majoritatea receptoarelor moderne încorporează sisteme digitale de procesare a semnalului. Urmărind următoarele două cazuri se pot pune în evidență diferențele dintre cele două metode. În figura 1.4 este prezentată structura tipică a unui receptor GPS multicanal în care corelarea se realizează prin metode analogice de conversie aplicate la nivelul frecvență intermediară (IF). Fiecare semnal de la un satelit urmărit necesită un canal separat de procesare format din: corelator analogic, translator de cod, nivel frecvență intermediară, convertor analog digital.

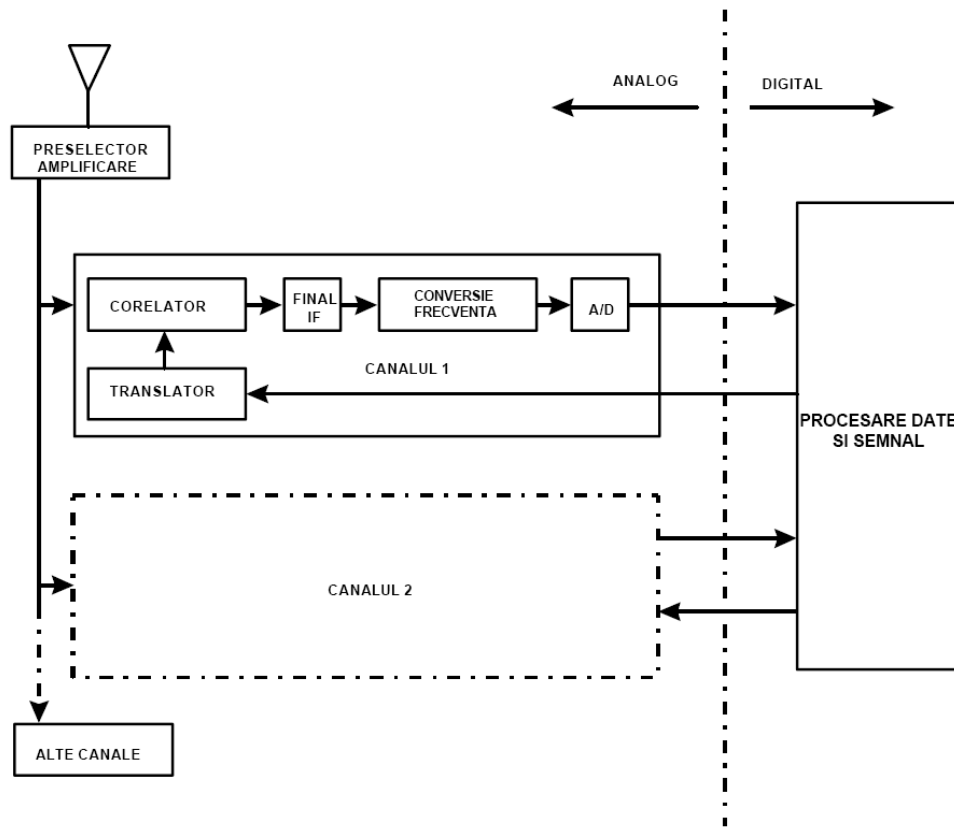


Figura 1.4 Arhitectura pentru receptor GPS analogic

În figura 1.5 este prezentat un receptor GPS ce utilizează în mare parte o arhitectură digitală. Procesarea semnalelor analogice este limitată la preselectie și amplificarea semnalelor GPS și conversia de frecvență. Semnalul obținut este apoi digitalizat și procesorul pentru semnalul digital (DSP) îndeplinește funcțiile indicate.

Într-un receptor digital conversia analog-digital se realizează la nivelul frecvenței intermediare. Corelarea și procesările ulterioare se realizează digital. Avantajul principal al unui receptor digital față de unul analogic constă în capacitatea de a urmări semnalele de

la toți sateliții disponibili utilizând același modul. Structura digitală prezentată în figura 1.5 este mai puțin complexă la nivelul de prelucrare analogică a semnalului. Aceasta se traduce în costuri de producție, testare, calibrare și întreținere mai mici.

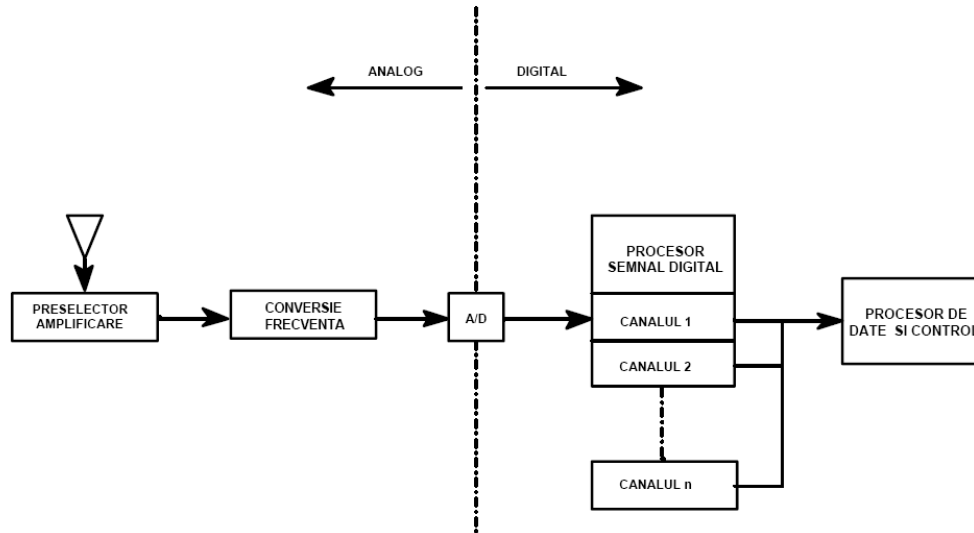


Figura 1.5 Arhitectura pentru receptor GPS digital

1.6 Aplicații și sisteme similare

Sistemul de poziționare prin satelit a avut o dezvoltare explozivă, aplicațiile generate acoperind practic o gamă foarte variată de aplicații. De asemenea s-au dezvoltat sisteme similare de către Rusia (sistemul Glonass) destinat în principal aplicațiilor militare și de către Uniunea Europeană (sistemul Galileo) al cărui rol este în principal civil.

1.6.1 Domenii de aplicare a tehnicii GPS

Deși gama aplicațiilor GPS este extrem de variată, există anumite aplicații în care penetrarea tehnicii de poziționare prin satelit s-a dovedit a fi deosebită. Câteva din aceste aplicații "tradiționale" ar fi:

Aviație

Receptoarele GPS folosite în aviație se folosesc pentru a obține o soluție tridimensională de navigație fiind astfel necesară achiziția de minimum 4 sateliți. Practic sunt necesari 5 sateliți dat fiind momentul de tranziție pentru schimbarea achiziției pe măsură ce se schimbă setul de sateliți achiziționați. Adicional, receptoarele pentru aplicații

aviatice furnizează și o estimare a vitezei prin analiza efectului Doppler a purtătoarei. Receptoarele GPS sunt de obicei augmentate cu alți senzori de exemplu sisteme inerțiale sau măsurători precise de altitudine și vor opera în mod diferențial pentru compensarea erorilor de propagare (GPS diferențial – mai ales în fazele finale ale zborului).

Navigație terestră

Folosite în special pentru vehicule și companii de transport (Un exemplu interesant de aplicație GPS este sistemul "Toll Collect" din Germania. Acest sistem permite plata taxelor de folosire a infrastructurii rutiere folosind dispozitive GPS și conexiuni radio de date), sistemele de poziționare prin sateliți au avut o dezvoltare accentuată în domeniul vehiculelor rutiere. În acest caz poziționarea este în principal bidimensională dat fiind că variația de altitudine este considerabil mai redusă decât în cazul aplicațiilor aviatice. Astfel, în principiu, în aplicațiile terestre, receptoarele pot funcționa temporar doar cu doi sau trei sateliți la vedere fără informații de altitudine sau cu un al patrulea pentru actualizări periodice a altitudinii. Totuși caracteristica principală a receptoarelor folosite în aplicații de navigație terestră este posibilitatea de obstrucționare a recepției în special în medii urbane (vegetație, construcții înalte, tunele rutiere, pasaje subterane etc.). Se folosește uneori augmentarea soluției de navigație prin integrarea datelor suplimentare obținute de la alți senzori cum ar fi giro-compassul sau informația distanței parcurse (de exemplu din senzorii ABS).

Aplicații de sincronizare

Pentru aplicații în care este necesară sincronizarea unor locații aflate la mare distanță se poate folosi sistemul GPS. Astfel, dacă localizarea geografică o permite, se poate folosi un singur satelit (dacă acesta este vizibil din ambele locații) caz în care erorile de orologiu la bordul satelitului precum și erorile de propagare sunt parțial compensate. Gradul de precizie al sincronizării depinde de unghiul dintre cele două locații.

Aplicații spațiale

Pentru sateliți aflați pe orbite rapide sub altitudinea sateliților GPS, poziționarea cu ajutorul receptoarelor GPS se poate face cu un grad ridicat de precizie. Tehnica este valabilă și în cazul sateliților aflați pe orbite deasupra sateliților constelației GPS, ca de exemplu sateliții geostaționari. Poziționarea se face prin recepția sateliților aflați dincolo de conul de umbră al pământului (antenele direcționale ale sateliților transmit cu o rază mai mare decât unghiul de acoperire al pământului). În acest caz precizia poziționării este mai

mică decât pentru un utilizator aflat la suprafața pământului iar nivelul de recepție este foarte slab (se folosesc antene direcționale cu câștig mare).

Aplicații militare

Sistemele de poziționare globală constituie cel mai precis și economic mijloc pentru asigurarea poziționării, stabilirea poziției țintelor, navigație și sincronizarea tuturor sistemelor de arme. Economii realizate prin utilizarea acestor sisteme sunt obținute prin reducerea costurilor echipamentelor de la bordul sistemelor de arme și a numărului de sisteme de arme necesare pentru îndeplinirea unei misiuni (numărul de bombe sau rachete lansate, numărul de survolări ale obiectivului etc.), ca urmare a preciziei superioare obținute.

GPS-ul diferențial

Dacă două receptoare GPS operează în proximitate, erorile sistemice (de la același set de sateliți aflați la vedere) vor fi comune. De exemplu erorile orologiilor sateliților, erorile de propagare ionosferice și troposferice, erorile efemeridelor vor fi comune ambelor receptoare. Dacă un receptor are poziția cunoscută cu un grad mare de precizie, acesta va putea corecta informația de pseudo-distanță la valori fără eroare sistematică. Dacă aceste date sunt transmise unui alt receptor aflat la o distanță care permite recepția aceluiași set de sateliți la vedere, acesta va putea la rândul său să își corecteze informația de pseudo-distanță și să obțină astfel o soluție de poziționare mai precisă.

O structură simplificată de receptor GPS diferențial este descrisă în Figura 1.6. Stația de referință va transmite valorile corectate pentru pseudo-distanțe. Pentru fiecare satelit la vedere pentru zona respectivă pe un alt canal radio complet separat de frecvențele GPS. Debitul acestui canal separat nu trebuie să fie prea mare (aproximativ 250 bps sunt suficienți). Dat fiind că s-ar putea ca într-o anumită zonă să se afle mai multe stații de referință, semnalul transmis va conține și un almanah cu locațiile stațiilor de referință astfel încât utilizatorul o poate alege pe cea mai apropiată.

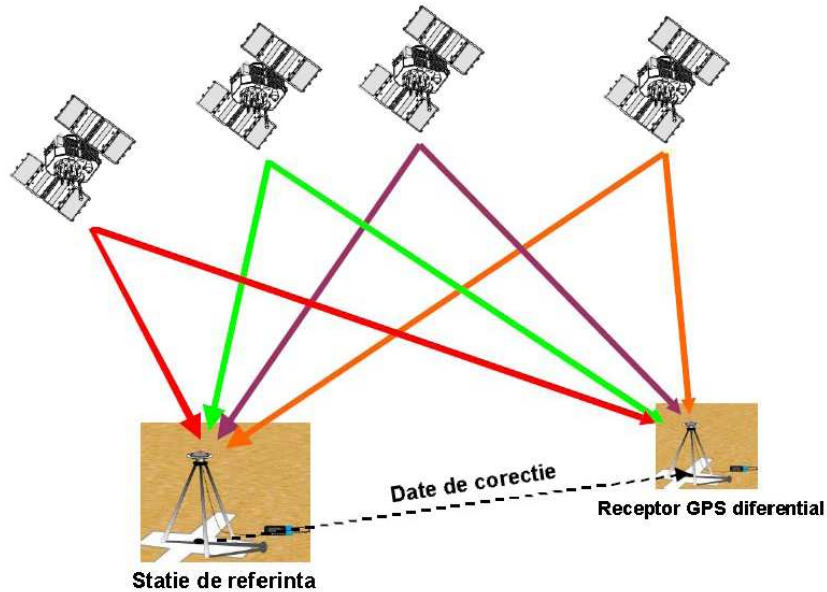


Figura 1.6 Principiu de funcționare a receptoarelor GPS diferențiale.

Funcționarea acestui tip de GPS diferențial este limitată la o distanță utilizator – stație de referință în jur de 100 km. Pentru a extinde acest concept pe arii mai mari de acoperire s-a dezvoltat un concept cunoscut sub numele de GPS diferențial de arie largă sau WADGPS (Wide Area Differential GPS) în care se utilizează un set de stații de referință distribuite uniform în aria respectivă precum și o stație centrală care va integra întreaga informație. Informația de corecție poate fi de exemplu distribuită cu ajutorul unui satelit clasic, geostaționar către toți utilizatorii din zona de acoperire a WADGPS.

2 ALGORITMI DE CALCUL

La nivelul receptorului, odată ce informația cu privire la pseudodistanță a fost obținută de la fiecare satelit necesar, un algoritm de calcul este necesar obținerii poziției finale a receptorului. Această poziție a receptorului se va calcula în raport cu un sistem de coordonate legate de un model al Pământului. Informația din cadrul almanahului, pe baza căreia receptorul își bazează alegerea unei constelații optime în vederea calculării poziției este și ea la rândul său bazată pe un sistem de coordonate cunoscut de către receptor.

După ce semnalul, și implicit distanța, de la trei sateliți este cunoscută, receptorul va trebui să calculeze folosind un algoritm numeric, poziția sa referitor la sistemul de coordonate ales. Transformarea acestor trei distanțe (sau mai multe, în funcție de tipul receptorului) în coordonate spațiale conform unui sistem de coordonate este obiectivul algoritmului de calcul implementat în receptor.

2.1 Sisteme de Coordonate Utilizate în GPS

Pentru formularea matematică a problemei poziționării, este necesar un sistem de coordonate comun atât sateliților cât și receptoarelor sau transformări bi-direcționale cunoscute între sistemele de coordonate folosite cum este cazul real al GPS. Acest sistem de coordonate trebuie să aibă o relație directă cu coordonatele geografice curente pentru a permite o folosire eficientă a poziției calculate în raport cu informațiile cartografiate prezente (de exemplu transformarea precisă în informații de latitudine și longitudine geografice).

Alegerea naturală pentru un astfel de sistem este un sistem Cartezian de coordonate în care atât sateliții cât și receptoarele sunt descrise în termeni de poziție și vectori de viteză. Există mai multe astfel de sisteme care vor fi prezentate în continuare.

Sistemul Earth-Centered Inertial (ECI)

Acest sistem, inerțial pământ centric, este un sistem de coordonate a cărui origine se află în centrul de greutate al Pământului. Acest sistem este denumit inerțial datorită faptului că ecuațiile de mișcare ale sateliților care orbitează Pământul se pot modela ca fiind neaccelerate. Altfel spus, în sistemul ECI, mișcarea sateliților respectă mecanica Newtoniană și legile clasice de gravitație.

Într-un sistem tipic ECI, planul xy este ales ca fiind planul ecuatorial al Pământului, axa x este aleasă să arate un punct constant de pe bolta cerească, axa z este

perpendiculară pe planul xy și arată direcția polului Nord și axa y este aleasă să formeze un sistem cartezian. Determinarea și calcularea orbitelor sateliților se face în sistemul ECI.

O particularitate subtilă a sistemului ECI este datorată neregularităților mișcării Pământului pe orbita sa. Datorită formei neregulate a Pământului, a planului orbital și a contribuției atracției gravitaționale a Soarelui și a Lunii, planul ecuatorial al Pământului se mișcă în raport cu bolta cerească. Dat fiind că axa x a sistemului ECI este definită în raport cu bolta cerească, neregularitățile menționate mai sus fac ca sistemul ECI să nu fie într-adevăr inerțial. Definiția axelor se face considerând un moment de timp bine ales față de care se vor calcula toate coordonatele.

Pentru sistemul GPS, sistemul ECI de coordonate folosește orientarea planului ecuatorial al Pământului la ora 12:00 UTC (USNO1) la 1 Ianuarie 2000. Axa x pozitivă este aleasă să arate direcția echinocțiului vernal iar axele y și z sunt calculate corespunzător unui sistem de coordonate rectangular.

Sistemul Earth-Centered Earth-Fixed (ECEF)

Pentru calculul poziției receptorului este mai avantajoasă folosirea sistemului Pământ-centric Pământ-fix ECEF. Acesta este un sistem de coordonate care se rotește odată cu Pământul ușurând astfel calculele bazate pe longitudine, latitudine și altitudine pentru un receptor aflat la suprafața Pământului.

La fel ca și în cazul sistemului ECI, sistemul ECEF folosește planul ecuatorial al Pământului ca plan xy . În cazul ECEF însă, axa x arată direcția punctului de longitudine 0° iar axa y cel de longitudine $90^\circ E$. Astfel, axele sistemului ECEF se rotesc odată cu Pământul și nu mai indică puncte fixe de pe bolta cerească. Axa z este aleasă ca fiind normală pe planul xy în direcția polului nord geografic (acolo unde liniile de longitudine se întâlnesc în emisfera nordică).

Înainte de calcularea poziției receptorului GPS este necesară transformarea de coordonate ECI – ECEF. Aceste transformări se fac prin aplicarea unei matrici de rotație pozițiilor sateliților în sistemul ECI. Vom presupune că pozițiile sateliților sunt deja cunoscute (au fost transformate) în coordonate ECEF și calculul soluției de navigație se va face în coordonate ECEF.

Ca un rezultat al soluției de navigație, poziția receptorului va rezulta ca și coordonate carteziane (x, y, z) în sistemul ECEF. Este normal ca aceste coordonate carteziane ale sistemului ECEF să fie transformate în coordonate geografice de tip latitudine, longitudine și altitudine. Pentru această transformare este necesar un model geometric al Pământului.

World Geodetic System (WGS-84)

Modelul standard al Pământului folosit de către sistemul GPS este cel folosit de către Departamentul de apărare al SUA și denumit “World Geodetic System 1984, WGS-84”. O parte a sistemului WGS-84 se ocupă de iregularitățile gravitaționale ale Pământului și este folosită pentru calculele precise legate de efemeridele sateliților. De aceste calcule se ocupă în principiu segmentul de control al GPS. Pentru calculele legate de obținerea coordonate geografice ale receptorului, WGS-84 oferă un model elipsoidal al Pământului arătat în figura 2.1 ca secțiune normală pe planul ecuatorial.

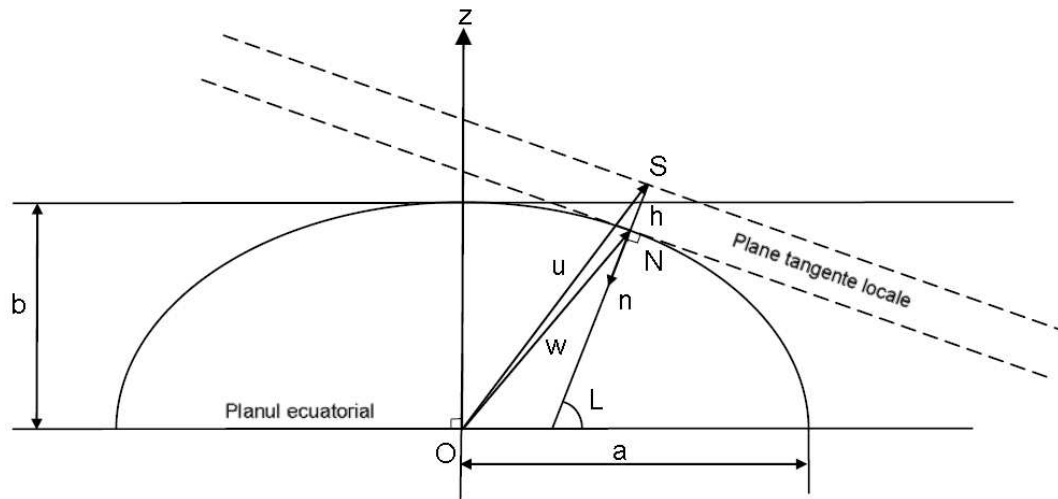


Figura 2.1 Modelul elipsoidal al Pământului din cadrul modelului WGS-84

În acest model (WGS-84) secțiunile Pământului paralele cu planul ecuatorial sunt circulare. Secțiunea ecuatorială a Pământului are raza de 6.378,137 m care este raza medie ecuatorială a Pământului. Secțiunile Pământului normale planului ecuatorial sunt, în cadrul modelului WGS-84, elipsoidale. În această secțiune axa majoră a elipsei este de fapt diametrul ecuatorial al Pământului iar semi-axa majoră, este raza medie. Axa minoră coincide cu axa y a sistemului WGS-84 și corespunde diametrului polar al Pământului. Semi-axa minoră este raza polară cu o valoare de 6.356.752m.

Se pot defini astfel excentricitatea e și aplatizarea f a elipsoidului Pământ:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (2.1)$$

și

$$f = 1 - \frac{b}{a} \quad (2.2)$$

Un alt parametru deseori utilizat pentru a caracteriza elipsoidul de referință al sistemului WGS-84 este al doilea moment al excentrității, e' definit astfel:

$$e' = \sqrt{\frac{a^2}{b^2} - 1} = \frac{a}{b}e \quad (2.3)$$

Determinarea coordonatelor geodetice

Coordonatele ECEF sunt corelate cu elipsoidul de referință al sistemului WGS-84, ca în figura 2.1 cu punctul O corespunzând centrului pământului. Se pot defini astfel parametrii de latitudine, longitudine și altitudine relativ la elipsoidul de referință. Definiți astfel, acești parametri poartă numele de coordonate geodetice.

Dată fiind o poziție și un vector $u = (x_u, y_u, z_u)$ al acestei poziții în coordonate ECEF, se poate calcula latitudinea geodetică λ ca unghiul dintre poziția utilizatorului și axa x măsurat în planul xz .

$$\lambda = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y_u}{x_u}\right), & x_u \geq 0 \\ 180^\circ + \arctan\left(\frac{y_u}{x_u}\right), & x_u < 0, y_u \geq 0 \\ -180^\circ + \arctan\left(\frac{y_u}{x_u}\right), & x_u < 0, y_u < 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

În unghiurile negative corespund gradelor de longitudine V . Normala la elipsoidul de referință este notată cu n în figura 2.1. În afara pozițiilor de pe ecuator sau de polii Pământului, normala elipsoidului de referință nu trece prin centrul Pământului.

Receptorul GPS calculează înălțimea (altitudinea) în raport cu elipsoidul de referință definit în WGS-84. Astfel înălțimea deasupra nivelului mării într-un loc anume de pe hartă poate fi diferită de înălțimea raportată de receptorul GPS în raport cu geoidul de referință (nivelul local mediu al nivelului mării). La fel, diferențele locale de dată dintre data locală (North American Datum NAD 83, European Datum ED-50 etc.) și data WGS-84 pot fi semnificative mai ales în cadrul soluțiilor furnizate de GPS-ul diferențial.

Altitudinea geodetică este minimum distanței dintre receptor (vectorul u) și elipsoidul de referință. Direcția acestei distanțe minime este direcția vectorului normalei la suprafața elipsoidului, n . Latitudinea geodetică Φ , este unghiul dintre vectorul n normal la elipsoid și proiecția aceluiași vector în planul ecuatorial xz . Convențional ϕ este considerat pozitiv

dacă $z_u > 0$ (adică dacă receptorul se află în emisfera nordică) și ϕ este considerat negativ dacă $z_u < 0$.

Considerând figura 2.1 , latitudinea geodetică este unghiul NPA unde N este cel mai apropiat punct de receptor aflat pe elipsoidul de referință, P este punctul în care normala la elipsoid întâlnește planul ecuatorial iar A este punctul de pe ecuator cel mai apropiat de P.

Conversia de coordonate

Pentru conversia inversă de coordonate, din coordonate geodetice la coordonate ECEF se folosește forma vectorului $u = (x_u, y_u, z_u)$ care va rezulta din următoarea ecuație (presupunând cunoscute valorile coordonatelor geodetice, λ, ϕ, h .

$$u = \begin{bmatrix} \frac{a \cos \lambda}{\sqrt{1 + (1 - e^2) \tan^2 \phi}} + h \cos \lambda \cos \phi \\ \frac{a \sin \lambda}{\sqrt{1 + (1 - e^2) \tan^2 \phi}} + h \sin \lambda \cos \phi \\ \frac{a(1 - e^2) \sin \phi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}} + h \sin \phi \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

2.2 Orbitele constelației GPS

Receptorul GPS are nevoie de informație precisă cu privire la poziția fiecărui satelit în momentul transmisiei pentru a calcula propria poziție. Caracterizarea orbitelor sateliților GPS este deci importantă în procesul de calculare a poziție receptorului.

Problema celor două corpuri

Dintre forțele care acționează asupra unui satelit al constelației GPS, cea mai importantă este atracția gravitațională a Pământului. Dacă Pământul ar fi un corp sferic perfect și de densitate constantă atunci gravitația sa ar acționa ca și cum Pământul ar fi un punct material. Fie un punct de masă m cu vectorul de poziție r în sistemul ECI. Dacă G este constanta de atracție gravitațională, M este masa Pământului și pământul este considerat a fi un punct material aflat în centrul sistemului de coordonate ECI, atunci, conform legii atracției universale, forța F ce va acționa asupra punctului de masă m va fi:

$$\vec{F} = m\vec{a} = -G \frac{mM}{r^3} \vec{r} \quad (2.6)$$

unde \vec{a} este accelerația punctului m și $\vec{r} = |\vec{r}|$. Semnul minus din ecuația anterioară arată că forța respectivă acționează în sensul unei atracții dintre cele două corpuri. Dat fiind că accelerația este derivata a doua a poziției, ecuația se poate scrie:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \quad (2.7)$$

unde μ este produsul dintre constanta de atracție gravitațională și masa Pământului. În WGS-84, $\mu = 3986005 \text{ m}^3 / \text{s}^2$. Ecuația este cunoscută sub numele de “ecuația celor două corpuri” sau mișcarea kepleriană a sateliților în care singura forță care acționează asupra unui satelit este atracția gravitațională a Pământului considerat ca punct material.

Corecții ale legi de mișcare

În realitate Pământul nu este sferic și nici de densitate constantă (distribuția de masă este neuniformă). Astfel, ecuația nu modelează realitatea câmpului gravitațional al Pământului. Dacă alegem o funcție V care definește potențialul gravitațional al Pământului într-un punct arbitrar din spațiu, atunci ecuația se poate rescrie astfel:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \nabla V \quad (2.8)$$

Pentru ecuația celor două corpuri, $V = \mu / r$.

$$\nabla \left(\frac{\mu}{r} \right) = \mu \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) \end{bmatrix} = -\frac{\mu}{r^2} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \frac{\partial}{\partial z} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \end{bmatrix} = -\frac{\mu}{2r^2} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \begin{bmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{bmatrix} = -\frac{\mu}{r^3} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \quad (2.9)$$

Pentru cazul real al potențialului gravitațional Pământesc, funcția V este modelată de o serie armonică sferică. Într-o astfel de reprezentare, potențialul gravitațional al Pământului într-un punct P este reprezentat în coordonate sferice (r, ϕ', α) după cum urmează:

$$V = \frac{\mu}{r} \left\{ 1 + \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a}{r} \right)^l P_{lm}(\sin \phi') [C_{lm} \cos m\alpha + S_{lm} \sin m\alpha] \right\} \quad (2.10)$$

unde:

- r = distanța de la punctul P la origine;
- ϕ' = latitudinea geocentrică a punctului P față de centrul Pământului (unghiul dintre vectorul r și planul xy);
- α = ascensiunea punctului P ;
- a = raza ecuatorială medie a Pământului;
- P_{lm} = funcția asociat Legendre;
- C_{lm} = coeficientul cosinusoidal armonic sferic de gradul l și ordin m ;
- S_{lm} = coeficientul sinusoidal armonic sferic de gradul l și ordin m .

Primul termen al ecuației reprezintă soluția pentru ecuația celor două corpuri. De asemenea, latitudinea geocentrică folosită în ecuația este diferită de latitudinea geodetică definită anterior. În cadrul modelului WGS-84, coeficienții sinusoidali sferici C_{lm} și S_{lm} sunt definiți până la ordinul și gradul 18.

Asupra sateliților mai acționează o multitudine de alte forțe printre care importantă este cea numită „al treilea corp” și care reprezintă influențele gravitaționale ale Lunii și Soarelui. Modelarea aceste forțe necesită cunoașterea cu precizie a ecuațiilor de mișcare a acestor corpuri cerești în cadrul sistemului de coordonate ECI. O altă forță care acționează asupra satelitului este și presiunea radiației solare care depinde de poziția Soarelui, de suprafața normală pe direcția satelit-Soare și de masa și parametrii de reflexie ai exteriorului satelitului.

Există și alte influențe asupra traiectoriei satelitului cum ar fi pierderile gaze din structura satelitului, variațiile datorate mareelor la suprafața Pământului, manevrele orbitale și altele. Pentru a modela orbita unui satelit cu precizie, toate aceste influențe trebuie cunoscute și modelate. Presupunând influența comună a tuturor acestor perturbații într-un element de accelerație a_d , ecuația de mișcare se poate rescrie ca:

$$\frac{d^2}{dt^2} \vec{r} = \nabla V + a_d \quad (2.11)$$

Există mai multe metode de a reprezenta parametrii orbitali ai unui satelit iar reprezentarea naturală este de a defini vectorul de poziție $r_0 = r(t_0)$ și vectorul de viteză $v = v(t_0)$ la un moment de referință t_0 . Ecuația celor două corpuri are o soluție analitică, calcularea parametrilor orbitali din ecuația ce include totalitatea perturbațiilor necesită însă calcul numeric.

Deși precizia cerută de poziționare necesită întreaga ecuație de mișcare incluzând totalitatea perturbațiilor, parametrii orbitali sunt de obicei calculați pornind de la soluția ecuației de mișcare pentru cele două corpuri (situația celor două puncte materiale). În acest caz se poate arăta că sunt necesare șase constante de integrare pentru rezolvarea ecuației celor două corpuri adică date fiind șase constante de integrare și un moment inițial, se pot calcula vectorii de poziție și viteză ai unui satelit în orice moment de timp.

În cazul folosirii ecuației de mișcare care include totalitatea perturbațiilor, se poate folosi încă modelul cu șase constante de integrare de la modelul celor două corpuri însă, în acest caz acești parametri nu vor mai fi constanți. Mesajul de navigație GPS care conține valorile efemeridelor include nu numai acești șase parametri orbitali ci și modul lor de variație de-a lungul timpului. Cu ajutorul acestor informații, receptorul GPS poate calcula corect integralele de mișcare ale unui satelit la momentul respectiv. Din valoarea acestor integrale corectate se poate în final obține vectorul de poziție al satelitului.

Elemente orbitale

Deși ecuația celor două corpuri cunoaște mai multe soluții sistemul GPS a adoptat notația clasică care utilizează un anumit set de șase integrale de mișcare cunoscute sub numele de elemente orbitale Kepleriene. Aceste elemente Kepleriene pornesc de la premisa că pentru orice condiții inițiale r_0, v_0 la momentul t_0 , soluția ecuației, cu alte cuvinte orbita, va fi o secțiune conică.

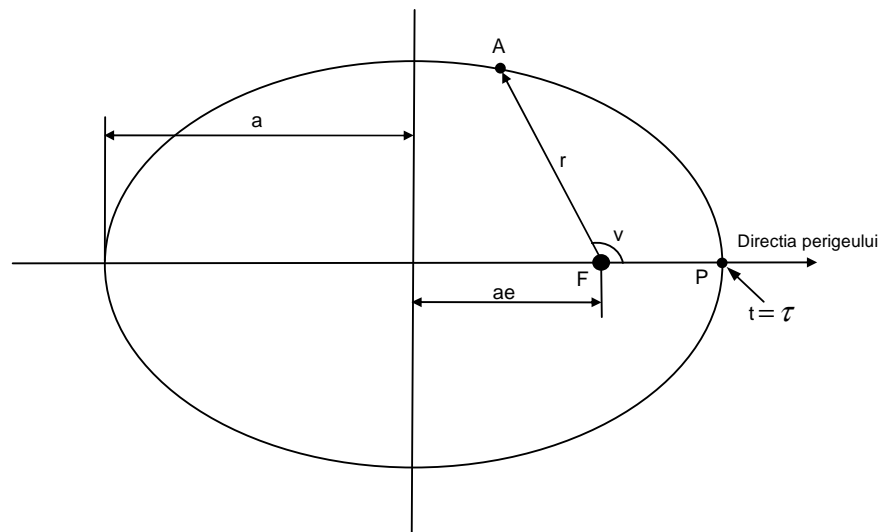


Figura 2.2 Exemplu de orbită eliptică a unui satelit GPS

Figura de mai sus arată o orbită eliptică cu semi-axa majoră a și excentricitate e . Deși orbite hiperbolice sau parabolice sunt posibile, ele nu sunt relevante în cazul sateliților sistemului GPS. Această orbită eliptică are un focar în punctul F care corespunde centrului de masă al Pământului (în același timp și centrul de coordonate pentru sistemele de coordonate ECI și ECEF).

Momentul de timp t_0 la care satelitul este într-un punct oarecare de referință A pe orbită este cunoscut ca „epocă” și ca parte a mesajului de efemeride din cadrul mesajului de navigație, este numit „momentul efemeridelor”. Punctul P în care satelitul se află cel mai aproape de centrul Pământului se numește perigeu și momentul de timp al trecerii satelitului în dreptul perigeului τ este un alt element Keplerian al orbitei.

În concluzie, cei trei parametri Keplerieni care definesc forma unei orbite eliptice sunt:

1. a = axa semi-majoră a elipsei orbitei;
2. e = excentricitatea elipsei orbitei;
3. t = momentul trecerii satelitului pe la perigeu.

Sistemul GPS nu folosește momentul trecerii la perigeu ca parametru de calcul al orbitei ci un parametru echivalent numit anomalie medie la epocă. Anomalie medie la epocă este un parametru legat de anomalia reală la epocă care este ilustrată de unghiul ν în figura 2.2.

În cazul sateliților GPS orbitele sunt aproape circulare cu excentricități de ordinul 0,02 și semi-axa majoră de aproximativ 26,560 km. Perioada orbitală este astfel de 43080 sec ceea ce corespunde unei perioade de 11 ore și 58 min. Înclinațiile orbitale au fost alese pentru sateliții GPS de 55° .

Mișcarea reală a sateliților pe orbită este de fapt descrisă de ecuația de mișcare incluzând toate modelele de perturbații și nu de ecuația de mișcare a celor două corpuri. Totuși elementele Kepleriene ale orbitei pot fi calculate pentru un satelit anume într-o anumită poziție cunoscând vectorii săi de poziție și de viteză. Aceste elemente Kepleriene obținute prin calculul invers din poziția reală a satelitului, poartă numele de elemente osculante (dacă toate forțele perturbatoare și-ar înceta activitatea la un moment dat, satelitul ar urma o orbită descrisă de mecanica celor două corpuri și de acești parametrii osculanți).

Datorită perturbațiilor permanente la care este supusă mișcarea sateliților, elementele osculante se vor modifica lent de-a lungul timpului. Modificarea elementelor osculante nu este rapidă deoarece primul termen din modelul armonic al gravitației Pământului este totuși dominant.

Almanahul GPS transmis în cadrul mesajului de navigație, include elementele osculante ale orbitei (cu timpul trecerii la perigeu convertit în anomalie medie la epocă). Pentru ca receptorul să poată utiliza elementele osculante ale almanahului, trebuie de asemenea cunoscut exact momentul de evaluare al acestora (ele vor fi precise doar la epocă). La momente de timp diferite de epocă, aceste elemente vor fi diferite și calculul va trebui actualizat cu elemente de corecție.

Cum ecuația de mișcare completă (incluzând toate perturbațiile) nu poate fi calculată la nivelul receptorului în timp real (aceasta ar necesita resurse importante de calcul), pentru momentele de timp între actualizarea efemeridelor ce vor folosi parametri de corecție ale elementelor osculante cu ajutorul cărora receptorul poate calcula (estima) valorile efemeridelor și între momentele de actualizare ale acestora. Acești parametri de corecție sunt de asemenea transmiși în cadrul almanahului. Pentru momentele de timp dintre intervalul de actualizare al efemeridelor, receptorul GPS va calcula elementele osculante ale orbitelor bazându-se pe acești factori de corecție.

2.3 Algoritm pentru calculul poziției și vitezei

Pentru calculul poziției, receptorul se bazează pe conceptul de pseudodistanță care este un estimat al distanței dintre receptor și satelitul urmărit. Termenul pseudodistanță este folosit pentru că la momentul determinării acesteia, din considerente de sincronizare temporală, distanța respectivă este doar un estimat al distanței reale. În principiu, cu ajutorul a trei distanțe către trei puncte a căror poziție în spațiu este cunoscută, se poate determina o poziție a receptorului. În realitate, datorită faptului că receptorului GPS este mult mai puțin precis și stabil decât ceasurile atomice de la bordul sateliților, un al patrulea satelit este necesar pentru a rezolva incertitudinea temporală.

La nivelul receptorului, înaintea procesorului de navigație, se caută corelația semnalului recepționat cu o replică generată local și cunoscând momentul transmiterii de către satelit se va determina timpul de propagare până la receptor. Cu ajutorul vitezei luminii se determină astfel distanța estimată dintre satelit și receptor. Cu ajutorul informațiilor conținute în mesajul de navigație, procesorul de navigație va corecta în primul rând informația pseudodistanțelor pentru a include corecții datorate propagării. De asemenea, odată obținută informația corectă cu privire la sincronizarea temporală, se poate determina cu precizie poziția satelitelui respectiv la momentul transmisiei. Această informație trebuie corectată cu ajutorul informațiilor conținute în efemeridele transmise de fiecare satelit.

În figura 2.3 este arătată o diagramă vectorială valabilă pentru un satelit și un receptor aflat la suprafața Pământului. Vectorial între distanțele din figură se poate scrie următoarea relație:

$$\vec{r} = \vec{s} - \vec{u} \quad (2.12)$$

Distanța r este calculată utilizând timpul de propagare de la satelit la receptor. Știind poziția satelitului (vectorul s) din ecuația se poate determina u care este chiar poziția receptorului. Distanța de la satelit la receptor este viteza luminii în vid înmulțită cu intervalul de timp necesar propagării. Acest timp de propagare va fi corectat de anumiți parametri de propagare cum ar fi întârzierea ionosferică și alte abateri de la viteza de propagare în vid. Cu cât se poate obține o distanță satelit-receptor mai precis cu atât precizia de poziționare rezultată va fi mai precisă.

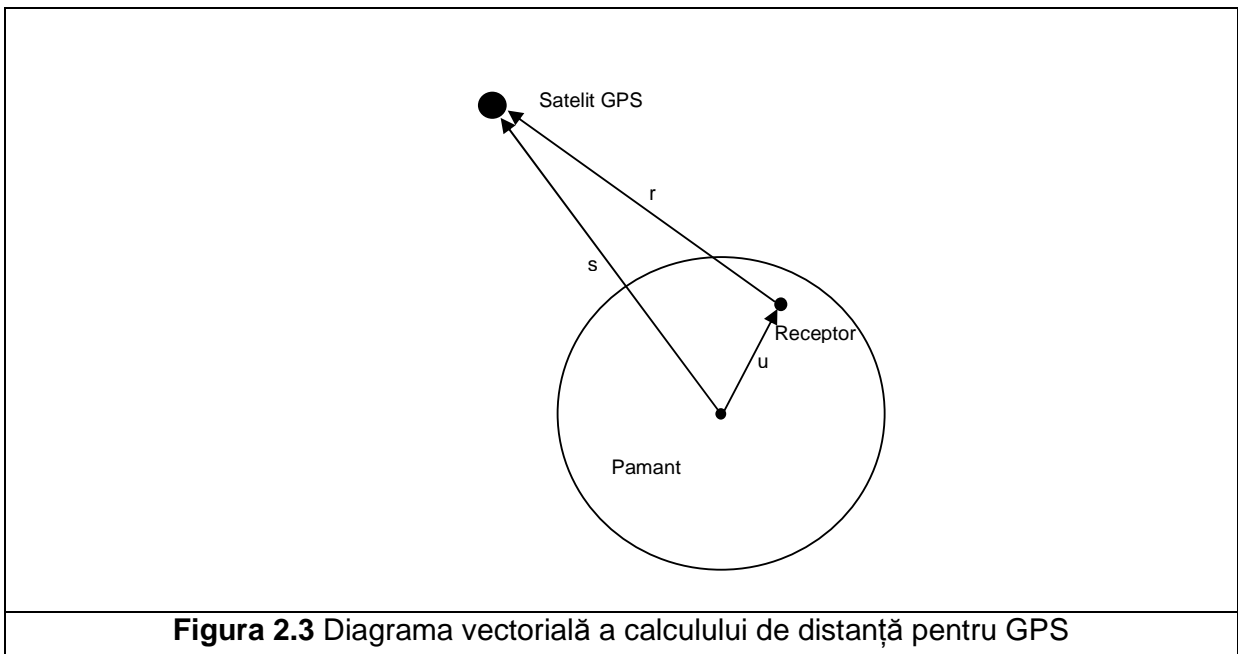


Figura 2.3 Diagrama vectorială a calculului de distanță pentru GPS

Pseudodistanța

La începutul măsurătorii, atunci când sincronizarea temporală dintre satelit și receptor încă nu s-a realizat la precizii satisfăcătoare, distanța obținută pe baza timpului de propagare este destul de aproximativă și va conține erorile inerente acestei nesincronizări.

În cazul ideal, în care satelitul și receptorul sunt perfect sincronizați, distanța receptor-satelit ar fi dată de:

$$r = c(T_u - T_s) = c\Delta t \quad (2.13)$$

în care c este viteza luminii în vid. În cazul real, când nu există suficientă informație temporală, ecuația devine:

$$\rho = c[(T_u + t_u) - (T_s + \delta t)] = r + c(t_u - \delta t) \quad (2.14)$$

unde:

- ρ = pseudodistanța;
- T_s = timpul GPS la care semnalul a fost transmis de către satelit;
- T_u = timpul GPS la care semnalul a ajuns la receptor;
- δt = offsetul temporal al satelitului față de timpul GPS;
- t_u = offsetul temporal al receptorului față de timpul GPS;
- $T_s + \delta t$ = indicația ceasului satelitului la momentul emisieii semnalului;
- $T_u + t_u$ = indicația ceasului receptorului la momentul recepției semnalului.

În cazul ceasului de la bordul sateliților, offsetul temporal este permanent monitorizat de segmentul de control al GPS-ului și este menținut într-o bandă îngustă în jurul valorii timpului GPS. Valorile mari de abatere de la timpul GPS se obțin în receptoare datorită calității ceasurilor locale. În acest caz se poate neglija influența abaterii temporale a ceasului de la bordul sateliților, situație în care ecuația devine:

$$\begin{aligned} \rho &= r + c t_u \\ \rho - c t_u &= r = \|s - u\| \end{aligned} \quad (2.15)$$

Ecuația reprezintă baza calculului de poziție în cazul poziționării GPS.

2.4 Ecuațiile de poziție

Calcularea poziției receptorului se reduce practic la rezolvarea ecuației pentru cele trei coordonate spațiale x, y, z precum și pentru diferența de timp (offset) dintre timpul GPS și cel menținut local în receptor.

Pentru a rezolva acest sistem cu patru necunoscute (trei spațiale plus o necunoscută temporală) sunt necesare cel puțin patru ecuații. Aceste patru ecuații sunt obținute de la tot atâtea pseudodistanțe, cu alte cuvinte, este necesară achiziția a cel puțin patru sateliți pentru a rezolva poziția:

$$\rho_j = \|s_j - u\| + c t_u \quad (2.16)$$

unde j este indicele satelitului achiziționat și j ia valori de la 1 la 4. Dacă ecuația se scrie în coordonate carteziane x_u, y_u, z_u și t_u se obține:

$$\begin{cases} \rho_1 = \sqrt{(x_1 - x_u)^2 + (y_1 - y_u)^2 + (z_1 - z_u)^2} + c t_u \\ \rho_2 = \sqrt{(x_2 - x_u)^2 + (y_2 - y_u)^2 + (z_2 - z_u)^2} + c t_u \\ \rho_3 = \sqrt{(x_3 - x_u)^2 + (y_3 - y_u)^2 + (z_3 - z_u)^2} + c t_u \\ \rho_4 = \sqrt{(x_4 - x_u)^2 + (y_4 - y_u)^2 + (z_4 - z_u)^2} + c t_u \end{cases} \quad (2.17)$$

Sistemul de ecuații se poate rezolva prin mai multe metode însă pentru receptoarele GPS se folosesc de obicei metoda liniarizării și metoda filtrării Kalman.

2.5 Tehnici de liniarizare

Această metodă de rezolvare a sistemului de patru ecuații cu patru necunoscute se bazează pe ipoteza că receptorul deține o aproximație oarecare a poziției sale (bazată pe măsurători anterioare sau pe alte date). Ideea metodei constă în dezvoltarea în serie a ecuațiilor în jurul poziției approximate și rezolvarea sistemului pentru determinarea diferențelor dintre poziția reală și cea folosită ca bază de plecare (poziția cunoscută/ aproximația inițială).

Poziția aproximată se va nota cu: (x_u, y_u, z_u) iar diferența față de poziția reală cu $(\Delta x_u, \Delta y_u, \Delta z_u)$. Pseudodistanța se poate exprima sub forma unei funcții:

$$\rho_j = \sqrt{(x_j - x_u)^2 + (y_j - y_u)^2 + (z_j - z_u)^2} + c t_u = f(x_u, y_u, z_u, t_u) \quad (2.18)$$

Folosind estimatele de poziție $(\hat{x}_u, \hat{y}_u, \hat{z}_u)$ și estimatul offsetului de timp (\hat{t}_u) , o pseudodistanță aproximativă este:

$$\hat{\rho}_j = \sqrt{(x_j - \hat{x}_u)^2 + (y_j - \hat{y}_u)^2 + (z_j - \hat{z}_u)^2} + c \hat{t}_u = f(\hat{x}_u, \hat{y}_u, \hat{z}_u, \hat{t}_u) \quad (2.19)$$

Poziția și offsetul temporal al receptorului se consideră a fi date de valorile aproximative plus un increment:

$$\begin{aligned} x_u &= \hat{x}_u + \Delta x_u \\ y_u &= \hat{y}_u + \Delta y_u \\ z_u &= \hat{z}_u + \Delta z_u \\ t_u &= \hat{t}_u + \Delta t_u \end{aligned} \quad (2.20)$$

Astfel ecuația se poate rescrie ca:

$$f(x_u, y_u, z_u, t_u) = f(\hat{x}_u + \Delta x_u, \hat{y}_u + \Delta y_u, \hat{z}_u + \Delta z_u, \hat{t}_u + \Delta t_u) \quad (2.21)$$

Această funcție se poate dezvolta în serie Taylor în jurul punctului aproximat, astfel:

$$\begin{aligned}
 f(\hat{x}_u + \Delta x_u, \hat{y}_u + \Delta y_u, \hat{z}_u + \Delta z_u, \hat{t}_u + \Delta t_u) = & f(\hat{x}_u, \hat{y}_u, \hat{z}_u, \hat{t}_u) + \\
 & + \frac{\partial f(\hat{x}_u, \hat{y}_u, \hat{z}_u, \hat{t}_u)}{\partial \hat{x}_u} \Delta x_u + \frac{\partial f(\hat{x}_u, \hat{y}_u, \hat{z}_u, \hat{t}_u)}{\partial \hat{y}_u} \Delta y_u + \quad (2.22) \\
 & + \frac{\partial f(\hat{x}_u, \hat{y}_u, \hat{z}_u, \hat{t}_u)}{\partial \hat{z}_u} \Delta z_u + \frac{\partial f(\hat{x}_u, \hat{y}_u, \hat{z}_u, \hat{t}_u)}{\partial \hat{t}_u} \Delta t_u + \dots
 \end{aligned}$$

Dezvoltarea în serie a fost considerată doar cu termeni derivativi de ordinul întâi pentru a elimina termenii neliniari. Această trunchiere a dezvoltării în serie Taylor este corectă dacă estimatul de poziție și offset de timp inițial se află într-o vecinătate a poziției reale.

Derivatele parțiale se evaluează astfel:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f(\hat{x}_u, \hat{y}_u, \hat{z}_u, \hat{t}_u)}{\partial \hat{x}_u} &= \frac{x_j - \hat{x}_u}{\hat{r}_j} \\
 \frac{\partial f(\hat{x}_u, \hat{y}_u, \hat{z}_u, \hat{t}_u)}{\partial \hat{y}_u} &= \frac{y_j - \hat{y}_u}{\hat{r}_j} \\
 \frac{\partial f(\hat{x}_u, \hat{y}_u, \hat{z}_u, \hat{t}_u)}{\partial \hat{z}_u} &= \frac{z_j - \hat{z}_u}{\hat{r}_j} \\
 \frac{\partial f(\hat{x}_u, \hat{y}_u, \hat{z}_u, \hat{t}_u)}{\partial \hat{t}_u} &= c
 \end{aligned} \quad (2.23)$$

unde:

$$\hat{r}_j = \sqrt{(x_j - \hat{x}_u)^2 + (y_j - \hat{y}_u)^2 + (z_j - \hat{z}_u)^2} \quad (2.24)$$

Substituind și în se obține:

$$\rho_j = \hat{\rho}_j - \frac{x_j - \hat{x}_u}{\hat{r}_j} \Delta x_u - \frac{y_j - \hat{y}_u}{\hat{r}_j} \Delta y_u - \frac{z_j - \hat{z}_u}{\hat{r}_j} \Delta z_u + c \Delta t_u \quad (2.25)$$

Se completează astfel liniarizarea sistemului de ecuații în necunoscutele Δx_u , Δy_u , Δz_u și Δt_u . Această liniarizare nu ia însă în calcul surse de erori secundare cum ar fi compensarea rotației Pământului, întârzierile de propagare etc. Se vor utiliza următoarele notații:

$$\Delta\rho_j = \hat{\rho}_j - \rho_j ; a_{xj} = \frac{x_j - \hat{x}_u}{\hat{r}_j} ; a_{yj} = \frac{y_j - \hat{y}_u}{\hat{r}_j} ; a_{zj} = \frac{z_j - \hat{z}_u}{\hat{r}_j} \quad (2.26)$$

în care a_{xj}, a_{yj} și a_{zj} reprezintă valorile cosinusurilor unghiului vectorului uitate al direcției ce unește poziția estimată de poziția satelitului j . Cu aceste notații, ecuația se poate rescrie astfel:

$$\Delta\rho_j = a_{xj}\Delta x_u + a_{yj}\Delta y_u + a_{zj}\Delta z_u - c \Delta t_u \quad (2.27)$$

Sau, înlocuind pe j de la 1 la 4 se obține următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} \Delta\rho_1 = a_{x1}\Delta x_u + a_{y1}\Delta y_u + a_{z1}\Delta z_u - c \Delta t_u \\ \Delta\rho_2 = a_{x2}\Delta x_u + a_{y2}\Delta y_u + a_{z2}\Delta z_u - c \Delta t_u \\ \Delta\rho_3 = a_{x3}\Delta x_u + a_{y3}\Delta y_u + a_{z3}\Delta z_u - c \Delta t_u \\ \Delta\rho_4 = a_{x4}\Delta x_u + a_{y4}\Delta y_u + a_{z4}\Delta z_u - c \Delta t_u \end{cases} \quad (2.28)$$

Sistemul se poate scrie sub formă matricială astfel:

$$\Delta\rho = H\Delta x \quad (2.29)$$

unde:

$$\Delta\rho = \begin{bmatrix} \Delta\rho_1 \\ \Delta\rho_2 \\ \Delta\rho_3 \\ \Delta\rho_4 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} a_{x1} & a_{y1} & a_{z1} & 1 \\ a_{x2} & a_{y2} & a_{z2} & 1 \\ a_{x3} & a_{y3} & a_{z3} & 1 \\ a_{x4} & a_{y4} & a_{z4} & 1 \end{bmatrix}, \quad \Delta x = \begin{bmatrix} \Delta x_u \\ \Delta y_u \\ \Delta z_u \\ -c \Delta t_u \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Ecuația matricială și soluția de poziționare are în acest caz soluția:

$$\Delta x = H^{-1}\Delta\rho \quad (2.31)$$

Măsurătorile reale sunt afectate de erori. Considerând erorile ca termen generic se poate scrie o ecuație similar lui și pentru bugetul de erori:

$$\varepsilon_x = H^{-1}\varepsilon_{meas} \quad (2.32)$$

în care ε_{meas} reprezintă matricea erorilor pseudodistanțelor iar ε_x reprezintă erorile în soluția finală calculată.

În general, contribuția erorilor poate fi minimizată prin folosirea mai multor sateliți ($j > 4$) pentru măsurarea pseudodistanțelor. În acest caz sistemul de ecuații va conține mai multe ecuații decât necunoscute. Ideea rezolvării unui astfel de sistem (pentru care există mai multe tipuri de soluții) este de a încerca minimizare erorii pătratice medii definite ca:

$$e = \|H\Delta x - \Delta\rho\|_E \quad (2.33)$$

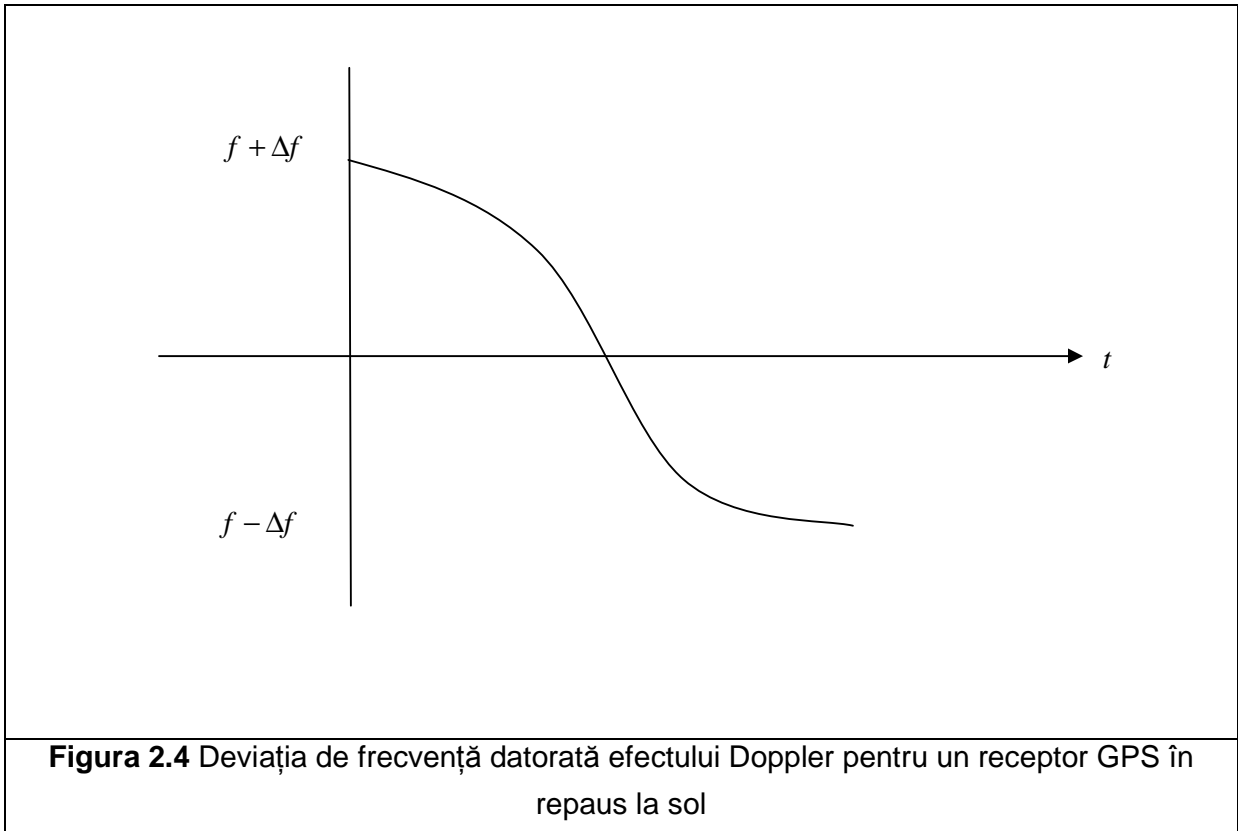
2.6 Calculul Vitezei Receptorului

Așa cum un receptor GPS poate calcula, din informațiile pseudodistanțelor, poziția sa în raport cu un sistem de coordonate, tot așa se poate calcula și viteza sa. Calculul de viteză se poate face și prin derivarea schimbărilor de poziție obținute prin calculul de poziție. Această derivare se va face sub forma diferențelor finite ale pozițiilor obținute prin algoritmul de poziționare.

$$\dot{u} = \frac{du}{dt} = \frac{u(t_2) - u(t_1)}{t_2 - t_1} \quad (2.34)$$

Această ecuație exemplifică un astfel de calcul derivativ al vitezei pe baza pozițiilor cunoscute. Această metodă aproximează satisfăcător viteza receptorului dacă viteza acestuia este relativ constantă între măsurătorile de poziție și mișcarea receptorului nu conține discontinuități. Mai mult, această metodă va da rezultate doar dacă precizia de poziționare este relativ ridicată, cu alte cuvinte eroarea de poziționare este relativ mică în comparație cu distanța dintre două puncte de măsurare a vitezei. Datorită acestor dezavantaje, metoda de determinare a vitezei receptorului pe baza derivării legii de mișcării nu este folosită în receptoarele moderne GPS.

Un algoritm de calcul mai precis pentru viteza receptorului se bazează pe măsurătoarea de deviație Doppler de frecvență a purtătoarei recepționate de la sateliții GPS.



În figura 2.4 offsetul de frecvență datorat efectului Doppler este arătat așa cum este el recepționat de un utilizator de la sol. Pe măsură ce satelitul se apropie de receptor, deviația de frecvență a purtătoarei variază de la valoarea sa maximă (cea mai mare viteză relativă) la 0 ceea ce corespunde punctului de apropiere maximă dintre receptor și satelit. Pe măsură ce acesta se îndepărtează, deviația de frecvență devine negativă atingând un minim odată cu trecerea satelitului sub orizont.

Ecuția de efect Doppler asupra frecvenței purtătoarei recepționate se poate scrie:

$$f_R = f_T \left(1 - \frac{v_r - a}{c} \right) \quad (2.35)$$

în care:

- f_T este frecvența transmisă (frecvența purtătoare transmisă de către satelit);
- v_r este vectorul vitezei relative dintre satelit și receptor;
- a este vectorul unitate al direcției ce unește receptorul de satelit;
- c viteza luminii în vid

Vectorial, viteza receptorului se poate calcula din viteza satelitului astfel:

$$\vec{v}_r = \vec{v} - \dot{\vec{u}} \quad (2.36)$$

în care \vec{v} este viteza satelitelui iar $\dot{\vec{u}}$ este viteza receptorului (ambele în coordonate ECEF). Deci frecvența de offset datorată efectului Doppler se poate scrie:

$$\Delta f = f_R - f_T = -f_T \cdot \frac{(\vec{v} - \dot{\vec{u}}) \cdot \vec{a}}{c} \quad (2.37)$$

Determinarea vitezei receptorului va consta în determinarea celor trei componente spațiale ale vitezei și în același timp al ratei de variație al offsetului ceasului local în comparație cu timpul GPS. Folosind această metodă ca și la determinarea poziției se poate scrie:

$$f_{Rj} = f_{Tj} \left\{ 1 - \frac{1}{c} [(\vec{v}_j - \dot{\vec{u}}) \cdot \vec{a}_j] \right\} \quad (2.38)$$

unde j este numărul satelitelui care participă în calcularea soluției (j este cel puțin de la 1 la 4). Se consider rata de variație a ceasului local ca fiind \dot{t}_u măsurată în sec/sec și care reprezintă măsura ratei cu care ceasul local merge mai repede sau mai încet față de timpul sistem.

Măsurătorile de timp sunt legate prin relația următoare:

$$f_{Rj} = f_j (1 + \dot{t}_u) \quad (2.39)$$

în care f_j este frecvența estimată de la satelitul j , f_{Rj} este frecvența de emisie a satelitelui j . Valoarea lui \dot{t}_u se consider pozitivă dacă ceasul local merge mai repede decât timpul sistem al GPS.

Înlocuind în și rearanjând termenii, se obține:

$$\frac{c(f_j - f_{Tj})}{f_{Tj}} + \vec{v}_j \cdot \vec{a}_j = \dot{\vec{u}} \cdot \vec{a}_j - \frac{cf_j \dot{t}_u}{f_{Tj}} \quad (2.40)$$

și după distribuirea parametrilor scalar între vectori:

$$\frac{c(f_j - f_{Tj})}{f_{Tj}} + v_{xj} a_{xj} + v_{yj} a_{yj} + v_{zj} a_{zj} = \dot{x}_u a_{xj} + \dot{y}_u a_{yj} + \dot{z}_u a_{zj} - \frac{cf_j \dot{t}_u}{f_{Tj}} \quad (2.41)$$

Algoritmul de poziționare se presupune a fi fost realizat la acest moment; se pot presupune cunoscute următoarele mărimi (sau se pot deduce din măsurătorile deja efectuate):

$$\begin{cases} \vec{v}_j = (v_{xj}, v_{yj}, v_{zj}) \\ \vec{a}_j = (a_{xj}, a_{yj}, a_{zj}) \\ \dot{\vec{u}} = (\dot{x}_u, \dot{y}_u, \dot{z}_u) \end{cases} \quad (2.42)$$

În mod normal f_{Tj} se poate înlocui cu f_0 dat fiind că corecțiile frecvențelor emise de sateliți sunt în general minime și se pot neglija în calcule. De asemenea pentru ușurarea calculelor se poate utiliza următoarea substituție:

$$d_j = \frac{c(f_j - f_{Tj})}{f_{Tj}} + v_{xj}a_{xj} + v_{yj}a_{yj} + v_{zj}a_{zj} \quad (2.43)$$

O altă aproximație des utilizată în practică este: $\frac{f_j}{f_{Tj}} \approx 1$. Înlocuind aceste aproximații în se obține în final:

$$d_j = \dot{x}_u a_{xj} + \dot{y}_u a_{yj} + \dot{z}_u a_{zj} - c\dot{t}_u \quad (2.44)$$

Ce poate fi exprimată matricial:

$$d = Hg \quad (2.45)$$

unde

$$d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} a_{x1} & a_{y1} & a_{z1} & 1 \\ a_{x2} & a_{y2} & a_{z2} & 1 \\ a_{x3} & a_{y3} & a_{z3} & 1 \\ a_{x4} & a_{y4} & a_{z4} & 1 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} \dot{x}_u \\ \dot{y}_u \\ \dot{z}_u \\ -c\dot{t}_u \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

iar soluția pentru viteze și offsetul ceasului intern este:

$$g = H^{-1}d \quad (2.47)$$

Aceleași considerații cu privire la contribuția erorilor ca și la determinarea poziției se aplică și în cazul determinării vitezelor. La fel, dacă măsurătorile se fac pentru mai mult de patru sateliți, tehnica minimizării erorii pătratice medii se aplică.

2.7 Calculul poziției și vitezei prin filtrare Kalman

În 1960, R.E. Kalman a publicat o cunoscută lucrare descriind o soluție recursivă la problema filtrării liniare a datelor discrete. Din acel moment, datorită în parte și disponibilității tehnicilor moderne de calcul, filtrarea Kalman a devenit un important subiect de studiu și aplicații mai ales în zona navigației autonome. Filtrul Kalman reprezintă un set

de ecuații matematice care oferă o rezolvare recursivă eficientă a metodei celor mai mici pătrate. Filtrul Kalman are câteva proprietăți care îl fac foarte potrivit pentru aplicații: va furniza estimări despre starea trecută, prezentă și viitoare a unui sistem chiar și atunci când structura sistemului modelat nu este în întregime clară.

Pentru obținerea PVT (în continuare, prin PVT se va înțelege setul de măsurători cu privire la Poziție, Viteză și Timp al unui receptor GPS) în aplicațiile GPS, filtrul Kalman va obține cele mai bune estimări folosind statistica zgomotului, măsurătorile curente și un model dinamic al receptorului GPS. Fiecare trecere prin bucla de filtrare va încerca minimizarea “reziduurilor” adică a diferențelor dintre pseudodistanțele estimate și cele măsurate real.

Minimizarea reziduurilor este făcută pe baza criteriului celor mai mici pătrate. Valorile rezultate în urma algoritmului de minimizare a reziduurilor sunt din nou introduse în modelul dinamic și un nou ciclu de minimizare a reziduurilor începe.

Un model dinamic simplificat se poate obține prin dezvoltare în serie Taylor a vectorului de poziție receptor în jurul poziției sale reale:

$$u(t) = u(t_0) + \left. \frac{du(t)}{dt} \right|_{t=t_0} (t-t_0) + \left. \frac{1}{2!} \frac{d^2}{dt^2} u(t) \right|_{t=t_0} (t-t_0)^2 + \left. \frac{1}{3!} \frac{d^3}{dt^3} u(t) \right|_{t=t_0} (t-t_0)^3 + \dots$$

unde:

$$\left. \frac{du(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = \text{viteza}$$

$$\left. \frac{1}{2!} \frac{d^2}{dt^2} u(t) \right|_{t=t_0} = \text{acelerația}$$

$$\left. \frac{1}{3!} \frac{d^3}{dt^3} u(t) \right|_{t=t_0} = \text{rata de variație a accelerației}$$

În general, pentru receptoarele GPS de uz general, în care poziția și viteza receptorului se schimbă puțin în intervalele de măsurătoare, termenii derivatelor superioare pot fi neglijați. Din contră, în aplicațiile care implică dinamici importante ale receptorului (ca de exemplu aplicații aviatice) acești termeni nu mai pot fi neglijați și contribuția lor se adaugă modelului ca zgomot alb adăugat peste soluție.

Un filtru tipic va avea sarcina să calculeze și să estimeze opt stări: trei estimate ale poziției (pe cele trei axe), trei componente de viteză (pe cele trei axe), offsetul orologiului receptorului și rata de variație a orologiului receptorului.

Tipic receptoarelor moderne care folosesc filtrarea Kalman pentru obținerea PVT este stocarea într-o memorie nevolatilă a ultimelor estimate ale filtrului pentru a avea aceste valori pentru inițializarea următoare.

În algoritmul recursiv, modelul dinamic propagă poziția receptorului de la un moment temporal la următorul. Dacă k reprezintă o epocă de propagare, după propagarea poziției la epoca $k+1$, efemeridele sunt extrase din mesajul de navigație. Utilizând valorile propagate estimate pentru poziție și viteză, receptorul calculează valorile anticipate ale pseudodistanțelor și a schimbărilor pseudodistanțelor pe epocă (delta în pseudodistanțe) pentru fiecare satelit. Apoi pseudodistanțele și delta lor sunt măsurate și se calculează diferențele dintre valorile măsurate și cele calculate anticipat. Aceste diferențe vor constitui reziduurile. Dacă aceste diferențe (reziduuri) sunt nenule, filtrul va ajusta estimările ulterioare pentru a minimiza aceste reziduuri pe baza criteriului celor mai mici pătrate. Aceste valori estimate sunt furnizate ca soluție de navigație și sunt de asemenea reintroduse în modelul dinamic pentru un nou ciclu de măsură.

Avantajele esențiale ale folosirii filtrării Kalman sunt că poate opera cu seturi de măsurători parțiale și că va ajusta estimatele sale pentru a compensa efectele zgomotului de măsurare. Filtrul va produce estimate ale soluției pe seturi de date incomplete până când alți sateliți pot fi urmăriți și achiziționați. Această comportare este deosebit de utilă mai ales pentru utilizări unde se produc mascări temporare ale constelației de sateliți cum ar fi înclinarea unui avion sau traficul rutier în aglomerări urbane sau în pădure. Când zgomotul măsurătorilor crește, filtrul va descrește ponderea măsurătorilor directe din calculul soluției și se va baza mai mult pe estimatele sale. Când zgomotul va reveni la valori minime, filtrul va crește ponderea măsurătorilor din calculul soluției și o va reduce pe cea a estimatelor sale.

3. ERORILE GPS

Tipuri de erori in GPS

Erorile tipice de măsură în calculul poziției folosind GPS-ul se pot încadra în următoarele clase generice de erori:

- erorile de efemeride în semnalul transmis relativ la poziția reală a satelitului;
- erorile de orologiu ale satelitului ;
- erori datorate propagării ionosferice;
- erori datorate propagării troposferice;
- erori datorate propagării multiple;
- erori datorate receptorului (zgomot, rotunjiri, interferențe, inter-canale etc.).

Erorile de efemeride

Eroarea de efemeride constă în diferența dintre poziția transmisă (în cadrul mesajului de navigație) a satelitului și poziția sa reală. Tipic, componenta radială a acestei erori este mai mică cu un ordin de mărime decât componenta tangențială dar influența erorii este mult redusă de proiecția acesteia pe direcția de vizibilitate dintre satelit și receptor (componentă radială în majoritate).

Eroarea de poziționare conținută în informația de efemeride tinde să crească cu timpul scurs de la ultima actualizare de la sol. O posibilitate pentru accesul limitat este introducerea unui „bruiaj” și SA în conținutul mesajului de efemeride degradând astfel intenționat calitatea acestora pentru utilizatorii civili.

În general, pentru o perioadă de 24 ore (fără actualizare de la sol), eroarea de efemeride are valori tipice de aproximativ 2m. Acest tip de eroare afectează însă în egală măsură atât codul C/A cât și codul P(Y).

Erorile de orologiu ale sateliților

O altă eroare ce afectează ambele coduri transmise este eroarea datorată orologiilor de la bordul sateliților.

În cazul activării SA, o eroare intenționată este adăugată la orologiul satelitului. Această eroare nu este previzibilă și are valori tipice medii pătratice de ordinul a 20m. În general această eroare nu va depăși 100m pentru poziționări bi-dimensionale însă și această limită este subiectul politicii SUA.

Eroarea orologiilor fără efectele datorate SA este direct dependentă de calitatea orologiilor atomice de la bordul sateliților operaționali. Orologiile atomice folosite (oscilatoare cu rubidiu sau cesiu) au stabilități de ordinul 1 la 10^{13} pe durata unei zile. Astfel pe durata unei zile eroarea acumulată poate fi de ordinul 10^{-8} sec ceea ce este echivalent cu 3,5m eroare de poziționare. Eroarea temporală crește cvadratic cu timpul scurs de la ultima actualizare de la sol.

În general valorile uzuale datorate erorii orologiilor de la bordul sateliților sunt de ordinul 1:2m pentru o actualizare de la sol cu perioada de 12 ore.

Erori ionosferice

Erorile de propagare ionosferică se datorează în principal electronilor liberi aflați în ionosferă. Datorită acestor electroni liberi, viteza de propagare a semnalului în ionosferă diferă de viteza luminii în vid după o lege proporțională cu inversul pătratului frecvenței ($1/f^2$) și cu numărul de electroni liberi aflați în calea de propagare. Un alt efect ionosferic este modificarea fazei semnalului recepționat. Comportarea ionosferei este relativ stabilă în zonele temperate însă prezintă fluctuații importante în zonele ecuatoriale și cele polare.

Toate receptoarele GPS trebuie să permită corectarea efectelor ionosferice. Cel mai simplu mecanism de corecție se bazează pe modelarea întârzierii ionosferice cu ajutorul parametrilor conținuți în mesajul de navigație. Folosind acest model se pot obține erori de ordinul a 2:5m în zonele temperate însă erori considerabil mai mari se observă la latitudini mari respectiv mici.

O tehnică precisă de compensare a întârzierii ionosferice este folosirea ambelor frecvențe pentru a calcula perturbarea de propagare ionosferică. Prin analiza momentelor de sosire pentru ambele semnale pe L1 și L2 se poate obține algebric valoarea întârzierilor ionosferice. Cu această tehnică se pot obține erori de ordinul 1:2m. Această tehnică este disponibilă doar pentru receptoarele duale care au acces și la semnalul criptat P(Y).

Un alt sistem care permite corecția acestei erori este GPS-ul diferențial de arie largă (WADGPS- Wide Area Differential GPS) în care o actualizare a modelului ionosferic se poate transmite aproximativ în timp real.

Erori troposferice

Și în acest caz se remarcă abateri ale vitezei de propagare a semnalului față de valoarea propagării în vid. Aceste abateri se datorează în mare măsură variației de presiune, umiditate etc. ale straturilor atmosferice. Ambele purtătoare sunt afectate în aceeași măsură de aceste efecte. Erorile obținute sunt însă de ordinul a 1m.

Erori de propagare

Erorile datorate propagării multiple cauzează false maximuri de corelație inducând erori relativ importante în poziționare (erori de la 10:15m se obțin în cazul poziționării în vecinătatea unor suprafețe reflectante mari). Tehnicile de atenuare a acestui efect se bazează atât pe considerente constructive ale antenei receptorului cât și pe metode de corelare „înguste” în care se urmărește izolarea maximului real de corelație din eventualele maxime cauzate de reflexii. În condiții normale efectele propagării multiple sunt de obicei sub 1m.

Erori ale receptoarelor

În receptoarele timpurii achiziția sateliților se făcea secvențial folosind aceeași cale comună (acele receptoare foloseau 1:2 canale de urmărire). Pe măsură ce tehnica digitală a pătruns în construcția receptoarelor GPS, numărul de canale urmărire s-a mărit ajungând astăzi la valori uzuale de 6:10 canale. De asemenea, prin folosirea buclei de urmărire a purtătoarei pentru îmbunătățirea performanței buclei de urmărire a codului se pot atinge precizii de ordinul 0,3m.

4. DETERMINAREA COORDONATELOR ȚINTEI

Aplicații militare ale GPS-ului

Sistemele de poziționare globală constituie cel mai precis și economic mijloc pentru asigurarea poziționării, stabilirea poziției țintelor, navigație și sincronizarea tuturor sistemelor de arme. Economii realizate prin utilizarea acestor sisteme sunt obținute prin reducerea costurilor echipamentelor de la bordul sistemelor de arme și a numărului de sisteme de arme necesare pentru îndeplinirea unei misiuni (numărul de bombe sau rachete lansate, numărul de survolări ale obiectivului etc.), ca urmare a preciziei superioare obținute.

Platforme actuale de achiziție a țintelor, de generația a 3-a, pot îngloba următorii senzori:

- o cameră de tip FLIR cu posibilitatea schimbării FOV-ului (FOV- field of view – câmp de observare).
- o cameră CCD (Charge Coupled Device - dispozitiv cu legătură de sarcină) în spectrul vizibil, de asemenea cu multiple FOV-uri;
- radar pentru localizarea țintelor și pentru navigație;
- alte componente, cum ar fi un înregistrator, un sistem de navigație GPS-INS, sau un radar pentru zborul la mică înălțime.

Prin utilizarea datelor furnizate de un sistem GPS în corelație cu informațiile achiziționate de radar și telemetrul laser se pot determina coordonatele țintei. Aceste coordonate pot fi utilizate pentru ghidarea muniției sau pot fi transmise unui alt mijloc de lovire. Printre cele mai utilizate muniții ghidate de înaltă precizie ce utilizează metode de ghidare INS/GPS (aer-aer cât și aer-sol) se numără: AGM-86C CALCM, BGM-109 Tomahawk, AGM-158 JASSM, GBU-29÷32 JDAM.

Muniția ghidată laser este mai precisă decât cea ghidată prin GPS însă această metodă este influențată de condițiile meteo și de necesitatea marcării țintei (de la sol sau din aer). Senzorul laser nu poate depăși obstacole cum ar fi pătura de nori, fum sau praf.

Pentru a determina latitudinea, longitudinea și înălțimea la care se află o țintă se utilizează o rază laser care este direcționată către țintă din punct de observare. Coordonate punctului de observare sunt furnizate de către sistemul GPS încorporat în platforma multisenzor. Dacă se cunosc coordonatele punctului de observare, coordonatele unui punct din spațiu aflat la o anumită distanță față de punctul de observare pot fi ușor determinate utilizând o formulă ce utilizează azimutul φ , elevația θ și distanța dintre punctul de observare și țintă. Distanța dintre observator și țintă se determină cu ajutorul telemetrului laser.

În coordonate carteziene:

Cunoscând poziția observatorului (x_1, y_1, z_1) , distanța până la țintă d , unghiurile φ și θ , se poate determina poziția țintei (x_2, y_2, z_2) utilizând următoarele relații :

$$\begin{aligned}x_2 &= x_1 + d \sin \theta \cos \varphi \\y_2 &= y_1 + d \sin \theta \sin \varphi \\z_2 &= z_1 + d \cos \theta\end{aligned}$$

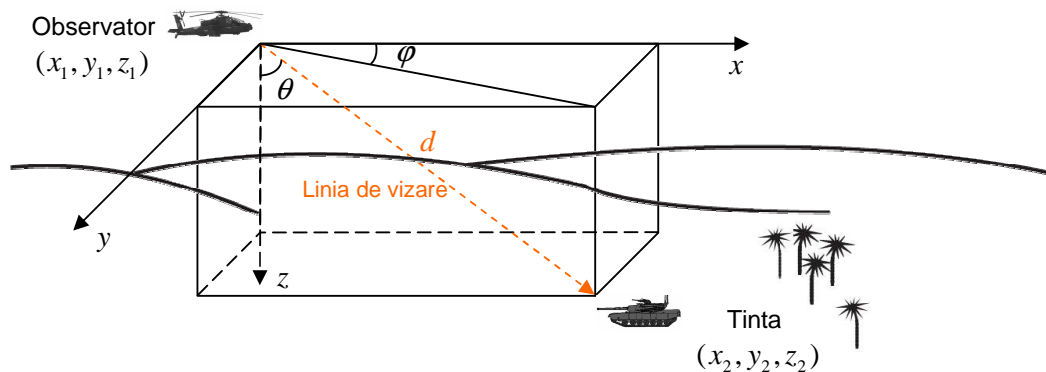


Figura 4.1 Determinarea coordonatelor țintei

BIBLIOGRAFIE:

„ Algoritmi numerici pentru calcularea și îmbunătățirea preciziei GPS folosind arhitecturi moderne de procesoare, cu aplicații în traficul aerian“, Doctorand Ing. Rafael Zalman

„Sateliți de navigație“, Florin Zăgănescu, Adrian Coman, Editura Academiei Tehnica Militare

„Global Positioning System Precise Positioning Service Performance Standard”
Departament of Defense , United States of America

„World Geodetic System – Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems”
Departament of Defense , United States of America.